

# Wpływ wielkości firmy na kształtowanie się procesu decyzyjnego dotyczącego lokalizacji przestrzennej przedsiębiorstwa

**Tomasz Kopczewski**, dr, adiunkt, Wydział Nauk Ekonomicznych, Uniwersytet Warszawski  
**Przemysław Kusztełak**, mgr, doktorant Wydział Nauk Ekonomicznych, Uniwersytet Warszawski  
**Maciej Pogorzelski**, mgr, absolwent Wydział Nauk Ekonomicznych, Uniwersytet Warszawski

## 1. Wstęp

W teorii lokalizacji przestrzennej firm można zauważyć ewolucję polegającą na dodawaniu wymiarów w przestrzeni wyboru firmy (konkurencja w przestrzeni jedno- i dwuwymiarowej, cechy produktu, cena), przy jednoczesnym zwiększeniu ilości niekontrolowanych przez firmę zmiennych środowiskowych (rozkład konsumentów, koszty transportu). Ma to na celu zwiększenie możliwości aplikacyjnych teorii lokalizacyjnych, ale niesie za sobą niebezpieczeństwo braku uzyskania jednoznacznych i interpretowalnych wyników. W podstawowym modelu miasta liniowego Hotellinga [1929], zakłada się identyczność dwóch firm produkujących homogeniczne dobro w mieście położonym na odcinku jednostkowym, z gęstością popytu daną rozkładem jednostajnym oraz liniowymi kosztami niedopasowania produktu. Jest to model dwuetapowy: (1) w pierwszym etapie firmy podejmują decyzję na temat swojej lokalizacji; (2) w drugim etapie — znając wyniki etapu pierwszego firmy, jednocześnie i niezależnie od siebie, ustalają ceny.

Równowagą Pareto efektywną w tym modelu jest częściowe rozproszenie się firm — lokalizacja w pierwszym i trzecim kwartyle rynku. Położenie takie minimalizuje koszty niedopasowania produktu, a więc maksymalizuje dobrobyt społeczny. Sytuacja ta nie jest jednak równowagą Nasha. W modelu tym na firmy działają dwie przeciwstawne siły: (1) siła dośrodkowa (efekt krótkookresowy) wywołana pragnieniem bycia w centrum, czyli w miejscu, gdzie popyt jest największy; (2) siła odśrodkowa (efekt długookresowy) wywołana możliwością odnoszenia większych zysków ze sprzedaży niehomogenicznego dobra. Równowaga Nasha kształtuje się więc w punkcie, w którym siły te rów-

noważą się. Jak zauważył Hotelling [1929], jeżeli firmy zlokalizują się daleko od siebie, to siła dośrodkowa przeważa i widoczny jest proces grupowania się sprzedawców oferujących podobne, niemal homogeniczne produkty. Działanie siły dośrodkowej skutkuje więc zmniejszeniem odległości między firmami, a więc wzrostem stopnia konkurencji cenowej. W przypadku granicznym (lokalizacja firm w samym centrum rynku) analizowany model obrazuje model konkurencji cenowej Bertranda, w którym firmy dostarczają na rynek homogeniczne i niezróżnicowane przestrzennie dobro sprzedając je po kosztach krańcowych produkcji. Zyski firm spadają więc do zera. Hotelling wskazał punkt centralnej lokalizacji obydwu firm jako równowagę Nasha tego modelu. W ten sposób powstała tzw. Zasada Minimalnego Zróżnicowania Produktu (ang. *Principal of Minimum Product Differentiation*).

Vickery [1964] oraz D'Aspremont *et al.* [1979] wykazali, że zaproponowane przez Hotellinga rozwiązanie nie jest równowagą Nasha. W przypadku minimalnego zróżnicowania produktów dominuje siła odśrodkowa i w konsekwencji firmy — w celu maksymalizacji zysków — zwiększają odległość pomiędzy oferowanymi produktami, aby stały się one niepowtarzalne dla ich odbiorców. Skutkiem tego jest zmniejszenie stopnia konkurencji cenowej przedsiębiorstw i ukształtowanie się cen na wyższym niż poprzednio poziomie. D'Aspremont *et al.* [1979] wykazali również, że w analizowanym modelu nie istnieje równowaga Nasha w strategiach czystych i zaproponowali modyfikację funkcji kosztów niedopasowania produktu z liniowej na kwadratową. Taka modyfikacja modelu całkowicie zmienia jego wyniki. W równowadze Nasha firmy lokują się na przeciwnych krańcach rynku, czyli spełniona jest tzw. Zasada Maksymalnego Zróżnicowania produktu (ang. *Principle of Maximum Differentiation*).

Osborne i Pitchik [1987] wykazali, że problem nieistnienia równowag Nasha w modelu Hotellinga można rozwiązać dopuszczając możliwość stosowania przez graczy strategii mieszanych. Economides [1986], badał natomiast równowagi w modelu Hotellinga dla całej rodziny funkcji kosztów niedopasowania produktu postaci:  $f(t) = t^\alpha$ , gdzie:  $\alpha \in [1; 2]$ . Salop [1979] zaproponował alternatywne podejście opisując model miasta na okręgu z jednostajnym rozkładem konsumentów. Podejście to charakteryzuje się symetrycznością rynku w każdym punkcie, w przeciwieństwie do modelu Hotellinga, dzięki czemu analiza równowag dla więcej niż dwóch firm stała się zdecydowanie łatwiejsza. Teoria ta jest także bardziej realistyczna, dzięki czemu moc aplikacyjna tego modelu wzrosła. Praca Salopa zapoczątkowała proces rozbudowy przestrzeni analizowanych modeli mający na celu zmniejszenie dystansu dzielącego teorię od rzeczywistego świata, w którym funkcjonują prawdziwe przedsiębiorstwa.

Następnym etapem rozbudowy przestrzeni w modelach lokalizacji przestrzennej było badanie równowag lokalizacyjnych na płaszczyźnie. Braid [1986] zaproponował model miasta położonego na nieskończenie wielu nieskończonych prostych przecinających się pod kątem prostym. Teoria ta dostarcza niezwykle ciekawych wniosków na temat równowag. Porównując ją

z teoriami Hotellinga i Salopa widać analogię otrzymanych wyników. Niezależnie od wybranej struktury rynku wzrost liczby bezpośrednich konkurentów przy stałej wielkości populacji powoduje zaostrzenie rywalizacji cenowej firm w celu uniknięcia spadku wielkości popytu zgłaszanego na ich dobro. W konsekwencji powoduje to spadek zysków proporcjonalny do wzrostu liczby konkurentów. Nierealistyczne założenie modelu Braida, mówiące o położeniu miasta wzdłuż nieskończonych prostych, powoduje jednak, że teoria ta jest niemożliwa do zaimplementowania w rzeczywistym świecie, gdzie miasta obejmują ściśle określony skończony obszar.

Tabuchi [1994] oraz Vendrop i Majeed [1995] przedstawili model w przestrzeni dwuwymiarowej z dwuwymiarowym jednostajnym rozkładem konsumentów na prostokacie. Autorzy wyliczyli równowagi lokalizacyjne w przypadku symetrycznego położenia dwóch firm względem środka analizowanego obszaru. Przedsiębiorstwa, maksymalizując zysk, wybierają położenie częściowego rozproszenia, lokując się na środkach przeciwległych boków prostokąta. Ansari, Economides i Steckel [1998] rozszerzyli model na trzy wymiary, Irmen i Thisse [1998] zaś znaleźli rozwiązanie modelu  $n$  wymiarowego. W równowadze Nasha firmy maksymalnie różnicują produkt jedynie w jednym — najistotniejszym (najdłuższym) wymiarze. W pozostałych  $n - 1$  wymiarach firmy będą oferować identyczny produkt.

Wszystkie przedstawione powyżej modele opierają się jednak na założeniu determinującym otrzymane równowagi o pełnym zaspokojeniu popytu rynkowego przez działające na nim firmy. Oznacza to, że możliwości produkcyjne firm są na tyle duże, aby wyprodukować wystarczającą liczbę towarów i jednocześnie cena, po której są one sprzedawane jest na tyle niska, aby wszyscy konsumenci dokonali zakupu. W rzeczywistości warunek taki można uznać za spełniony w nielicznych przypadkach, np. dla dóbr podstawowych. Jak pisali Böckem [1994] oraz Hinloopen i Marrewijk [1999] na wielu rynkach nie jest spełnione tzw. założenie pełnego nasycenia (ang. *full market saturation assumption*). Dlatego właśnie niezwykle ważne jest zbadanie przyczyn niespełnienia tego założenia w rzeczywistym świecie oraz wpływu jego uchylenia na równowagi otrzymane w zmodyfikowanym modelu. Zarówno Böckem [1994], jak i Hinloopen i Marrewijk [1999] analizowali przypadek, w którym cena rynkowa dobra nie była wystarczająco niska w porównaniu do ceny granicznej (wartości dobra) dla konsumentów. Böckem analizował model z kwadratowymi kosztami niedopasowania produktu, Hinloopen i Marrewijk zaś model z liniowymi kosztami niedopasowania produktu. Oba modele dotyczyły jednak przestrzeni jednowymiarowej. Autorzy rozszerzają tę analizę do modelu z przestrzenią dwuwymiarową. Pokazane jest również, że nienasycenie rynku może występować również w przypadku sprzedaży dobra po stałych egzogenicznych cenach. Stopień nasycenia rynku jest wówczas rozumiany w kategoriach wielkości firm. Jedynie bardzo duże przedsiębiorstwa są w stanie zaspokoić cały popyt rynkowy podczas gry, małe przedsiębiorstwa dostarczają dobro dla lokalnych odbiorców.

W celu weryfikacji równowag teoretycznych przeprowadzony został eksperyment. Według wiedzy autorów wszystkie przeprowadzane do tej pory eksperymenty z egzogenicznymi cenami konstruowane były w taki sposób, aby spełnione było pełne nasycenie rynku. Brown-Kruse *et al.* [1993] oraz Brown-Kruse i Schenk [2000] przeprowadzili serię eksperymentów przestrzennych jednoetapowych (tylko lokalizacja — ceny egzogeniczne) z dwiema firmami i elastycznym popytem danym funkcją liniową. Porównywane były wyniki uzyskane w modelu uproszczonym ( $2 \times 2$ ) z modelem pełnym ( $100 \times 100$ ) w eksperymentach z możliwością komunikacji oraz bez niej. Analizowane były 3 środowiska (rozkłady popytu): jednostajny, jednomodalny trójkątny oraz dwumodalny. Collins i Sherstyuk [2000] przeprowadzili również eksperyment jednoetapowy (tylko lokalizacja — ceny egzogeniczne) z trzema firmami i doskonale nieelastycznym popytem jednostkowym. W tym modelu nie istnieją równowagi w strategiach czystych. Shaked [1982] pokazał, że jedyną symetryczną równowagą Nasha w strategiach mieszanych jest wybieranie przez każdą z firm punktu  $x$  z przedziału  $x \in [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$  z jednakowym prawdopodobieństwem. We wszystkich tych eksperymentach lokalizacja firm cechowała się mniejszym zróżnicowaniem, niż przewidywała to teoria. Przyczyny tego zjawiska tłumaczone były jednak w różny sposób: brak komunikacji między graczami utrudniający skoordynowanie wyborów, awersja do ryzyka, czy też stosowanie przez graczy zachowań w przybliżeniu równowagowych.

## 2. Model lokalizacji przestrzennej w przestrzeni jednowymiarowej ze zmienną wielkością firm

Rozpatrzmy model lokalizacji przestrzennej Hotellinga [1929] przy uchyłonym założeniu o wielkości firm, która zaspokaja cały popyt rynkowy. Niech cena oferowanych dóbr będzie zmienną egzogeniczną modelu. Przestrzenią wyboru jest odcinek jednostkowy. Niech  $r$  ( $r \in [0, \infty)^1$ ) oznacza zasięg firmy, czyli maksymalną odległość konsumentów, którzy będą skłonni nabyć dobro w danej firmie. Niech  $a$  oznacza odległość firmy A od początku odcinka, a  $b$  odległość firmy B od początku odcinka. Załóżmy, dla ułatwienia obliczeń, że  $a \leq b$ , co nie zmniejsza ogólności modelu<sup>2</sup>.

Na rynku monopolistycznym popyt zgłaszany na dobro firmy A w stanie równowagi, w zależności od jej wielkości, dla  $r \in [0, 1/2)$  wynosi:  $D_A = 2r$ , natomiast dla  $r \geq 1/2$ :  $D_A = 1$ , gdyż zasięg firmy obejmuje wówczas całe miasto. Firma A będzie zlokalizowana wówczas w, gdzie:

$$\begin{cases} a \in [r, 1-r] & \text{dla } r \in [0, 1/2) \\ a \in [1-r, r] & \text{dla } r \in [1/2, 1) \\ a \in [0, 1] & \text{dla } r \geq 1 \end{cases}$$

<sup>1</sup> Warunek pełnego nasycenia rynku jest spełniony dla  $r \geq 1$ .

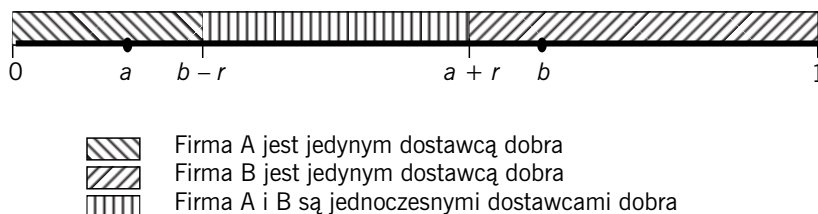
<sup>2</sup> Warunek ten oznacza, że firma A położona jest na lewo od firmy B, bądź firmy znajdują się w tym samym miejscu.

Przypadek występowania na rynku tylko jednej firmy przynosi dość intuicyjne wyniki. Dla małej firmy, która nie będzie w stanie zaspokoić całego rynkowego popytu, istnieje wiele optymalnych wyborów. Wiadomo jednak, że firma ta nie wybierze lokalizacji skrajnej, na końcu analizowanego obszaru, gdyż zasięg firmy wykraczałby wówczas poza obręb miasta. Wraz ze wzrostem zasięgu firmy będzie rosła również jej odległość od końców obszaru. Wartością skrajną jest zasięg  $r = 1/2$ , dla którego istnieje jednoznacznie wyznaczona równowaga w punkcie centralnym. Przy promieniu  $r \geq 1/2$ , firmy będą zaspokajały popyt rynkowy w całości. Im większy zasięg działalności firmy, tym bardziej będzie ona mogła oddalić się od centrum miasta. Dopiero dla zasięgu  $r \geq 1$ , firma zaspokaja cały popyt rynkowy niezależnie od lokalizacji, co jest założeniem modelu Hotellinga [1929].

W przypadku dwóch firm A i B o identycznej wielkości  $r$  popyty zgłaszane na ich dobra będą wynosić odpowiednio:

$$\begin{cases} \begin{cases} D_A = 2r \\ D_B = 2r \end{cases} & \text{dla } r \in [0, 1/4) \\ \begin{cases} D_A = (b-r) + \frac{a+r-(b-r)}{2} \\ D_B = [1-(a+r)] + \frac{a+r-(b-r)}{2} \end{cases} & \text{dla } r \in [1/4, 1/2) \\ \begin{cases} D_A = 1/2 \\ D_B = 1/2 \end{cases} & \text{dla } r \in [1/4, 1/2) \end{cases}$$

Dla zasięgu firmy  $r \in [0, 1/4)$  unikając konkurencji dzielą się rynkiem w równych proporcjach. Gdy zasięg jest większy od  $1/4$ , firmy są w stanie osiągać popyt większy od  $1/2$ . Oznacza to, że firmy będą zmuszone do konkurencji między sobą. Pierwsza część równania popytu przedstawia popyt na tej części rynku, na której analizowana firma jest jedynym dostawcą dobra. Druga część równania dotyczy rynku duopolistycznego, którym firmy dzielą się po połowie. Rysunek 1. przedstawia podział rynku pomiędzy dwie firmy w analizowanej sytuacji.



**Rys. 1.**

Podział rynku między dwie firmy

Źródło: opracowanie własne.

Wraz ze wzrostem wielkości występujących na rynku firm, odległość od krańców badanego obszaru będzie rosła, natomiast konkurencja będzie się odbywać na coraz większej części rynku. Firmy duże ( $r \geq 1/2$ ) będą ze sobą konkurowały na całym obszarze rynku, więc — maksymalizując popyt zgłaszany na ich dobro — zlokalizują się w samym środku badanego obszaru ( $a = b = 1/2$ ).

Podsumowując otrzymane powyżej wyniki w zależności od zasięgu działających na rynku firm, otrzymujemy:

$$\begin{cases} D_A = D_B = 2r & \text{dla } r \in [0, 1/4) \\ D_A = D_B = 1/2 & \text{dla } r \geq 1/4 \end{cases}$$

Jednakowe popyty osiągane przez obie firmy wynikają z symetryczności rynku. Równowaga lokalizacyjna ( $a, b$ ) w analizowanym modelu jest następująca:

$$\begin{cases} \begin{cases} a \in [r, 1 - 3R] \\ b \in [a + 2r, 1 - r] \end{cases} & \text{dla } r \in [0, 1/4) \\ \begin{cases} a = r \\ b = 1 - r \end{cases} & \text{dla } r \in [1/4, 1/2) \\ \begin{cases} a = 1/2 \\ b = 1/2 \end{cases} & \text{dla } r \geq 1/2 \end{cases}$$

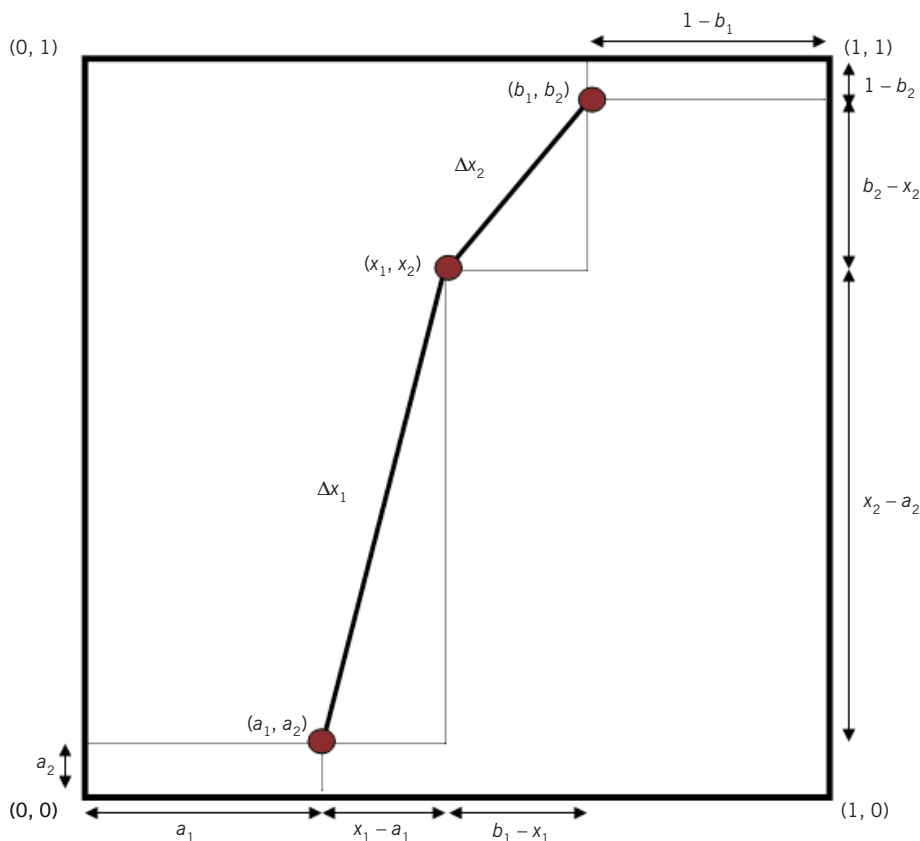
Otrzymane wyniki wskazują, że firmy małe ( $r \in [0, 1/4)$ ) będą się rozpraszać w celu uniknięcia konkurencji, gdyż są one w stanie podzielić się rynkiem. Firmy średnie ( $r \in [1/4, 1/2)$ ) będą ze sobą konkurować na części rynku. Pozostaną one jednak lokalnymi monopolistami. Firmy duże ( $r \geq 1/2$ ) będą położone w samym środku odcinka w celu osiągnięcia pozycji dominującej na rynku, gdyż na całym obszarze będzie występowała konkurencja duopolistyczna. Można zauważyć, że uwzględnienie wielkości firm na rynku wpływa na położenie podmiotów w stanie równowagi. Model Hotellinga jest szczególnym przypadkiem rozważanego tu modelu dla parametru zasięgu  $r \geq 1$ , czyli sytuacji, w której firmy konkurują ze sobą na całym rynku niezależnie od ich położenia.

### 3. Model lokalizacji przestrzennej w przestrzeni dwuwymiarowej ze zmienną wielkością firm

Następnym etapem pracy jest opisanie równowag lokalizacyjnych w modelu w przestrzeni dwuwymiarowej w zależności od wielkości występujących na rynku firm. Założmy, że konsumenci rozmieszczeni są z rozkładem jednostajnym na kwadracie o boku równym 1, cena oferowanych dóbr będzie zmienną egzogeniczną modelu, a  $r$  ( $r \in [0, \infty)$ <sup>3</sup>) oznacza zasięg firmy, czyli

<sup>3</sup> Warunek pełnego nasycenia rynku jest spełniony dla  $r \geq \sqrt{2}$ .

maksymalną odległość konsumentów, którzy będą skłonni nabyć dobro w danej firmie. Niech  $A = (a_1, a_2)$  oraz  $B = (b_1, b_2)$  oznacza położenie firm A i B względem punktu  $(0, 0)$ , a  $X = (x_1, x_2)$  — położenie przykładowego konsumenta względem początku układu współrzędnych. Przyjmijmy metrykę odpowiadającą odległości geograficznej (norma druga) — odległość klienta X od firm A i B wynosi odpowiednio:  $\sqrt{(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2}$  oraz  $\sqrt{(x_1 - b_1)^2 + (x_2 - b_2)^2}$ . Załóżmy, dla ułatwienia obliczeń, że firma A znajduje się bliżej punktu  $(0, 0)$ , niż firma B, czyli  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2} < \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$ . Rysunek 2. przedstawia przykładowe położenia dwóch firm (A i B) oraz konsumenta (X) w analizowanym modelu.



**Rys. 2.**  
**Przykładowe położenia firm A i B oraz konsumenta X**  
 Źródło: opracowanie własne.

Rozpocznijmy analizę równowag od rynku monopolistycznego, na którym występuje tylko jedna firma. Położenie firmy maksymalizujące popyt zgłaszany na jej dobro w zależności od jej zasięgu przedstawia poniższa tabela.

**Tabela 1.**

Położenie firmy maksymalizującej popyt na swoje dobro w zależności od jej zasięgu

Zasięg firmy ( $r$ )	Popyt ( $D_A$ )	Położenie ( $a_1, a_2$ )
$[0, 1/2)$	$\pi r^2$	$\forall_{i=1,2} a_i \in [r, 1-r]$
$[1/2, \sqrt{2}/2)$	$\pi r^2 - 8 \int_{1/2}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$	$\forall_{i=1,2} a_i = 1/2$
$[\sqrt{2}/2, \sqrt{2})$	1	$\left\{ \begin{array}{l} a_1 \in \left[ \left[ 1 - \sqrt{r^2 - 1/4}, \sqrt{r^2 - 1/4} \right] \cap [0, 1] \right] \\ a_2 \in \left[ \left[ 1 - \sqrt{r^2 - a_1^2}, \sqrt{r^2 - a_1^2} \right] \cap [0, 1] \right] \end{array} \right.$
$\geq \sqrt{2}$	1	$\forall_{i=1,2} a_i \in [0, 1]$

Małe firmy ( $r \in [0, 1/2)$ ) znajdują się w równowadze w położeniu, w którym cały ich zasięg znajduje się wewnątrz analizowanego obszaru. Firmy średnie ( $r \in [1/2, \sqrt{2}/2)$ ), dążąc do minimalizacji zasięgu wychodzącego poza granice miasta, będą znajdowały się w samym jego środku. Firmy duże ( $r \geq \sqrt{2}/2$ ) natomiast wraz ze wzrostem zasięgu będą miały coraz więcej możliwości zlokalizowania się, gdyż i tak wszyscy klienci w mieście będą korzystać z ich usług.

Wyniki w tym modelu pokrywają się z wynikami uzyskanymi dla modelu lokalizacji na odcinku jednostkowym. Oznacza to, że na rynku monopolistycznym wybór przestrzeni w analizowanym modelu nie wpływa zasadniczo na uzyskiwane wyniki.

W przypadku występowania na rynku dwóch firm dochodzi aspekt konkurencji między nimi mający na celu maksymalizację obszaru, na którym klienci będą wybierać ich produkt, a nie produkt konkurenta.

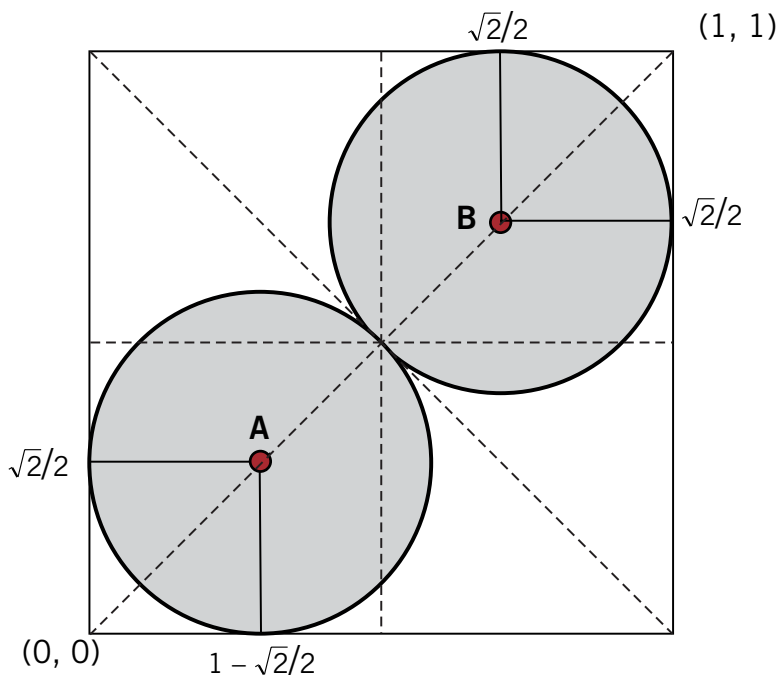
Podobnie jak w modelu lokalizacji przestrzennej na odcinku, firmy małe ( $r \in [0, 1 - \sqrt{2}/2)$ ) będą w stanie uniknąć konkurencji lokując się z dala od środka analizowanego obszaru. Punktem granicznym jest zasięg  $r = 1 - \sqrt{2}/2$ , kiedy to firmy lokując się na przekątnej w punktach:  $A = [1 - \sqrt{2}/2, 1 - \sqrt{2}/2]$ ,  $B = [\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2]$  będą znajdowały się całym swoim zasięgiem wewnątrz badanego obszaru bez podejmowania konkurencji, co przedstawia rysunek 3.

Wraz ze wzrostem zasięgu ( $r > 1 - \sqrt{2}/2$ ) firmy będą jednak zmuszone do konkurowania między sobą. Będą się one stopniowo przesuwać wzdłuż przekątnej kwadratu w kierunku środka. Firmy duże o zasięgu  $r \geq \sqrt{2}$  umiejscowią się zaś w samym centrum analizowanego obszaru.

Z wyliczonych równowag w modelach lokalizacji przestrzennej zarówno na odcinku, jak i na kwadracie wynika, że firmy można podzielić na trzy grupy w zależności od ich wielkości: firmy małe, średnie oraz firmy duże. Firmy małe wybiorą lokalizację na peryferiach, gdyż będą tam lokalnymi monopoli-



stami. Firmy średnie, zmuszone do konkutowania między sobą, zlokalizują się nieco bliżej środka analizowanego obszaru. Ich celem jednak będzie maksymalizacja obszaru, na którym będą lokalnymi monopolistami, w związku z czym nie wybiorą położenia bliskiego centralnemu. Firmy duże zaś wybiorą położenie w samym środku obszaru, gdyż ich zasięg jest na tyle duży, aby w całości zaspokoić popyt rynkowy. Na całym rynku będzie miała miejsce konkurencja duopolistyczna firm, które podziela się udziałami w rynku w równych częściach.



**Rys. 3.**

Firmy ulokowane na przekątnej

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Vendrop, Majeed, 1995].

#### 4. Eksperymentalne badanie równowag modelu

W celu sprawdzenia, czy wyliczone równowagi teoretyczne modeli sprawdzają się w rzeczywistości, stworzona została specjalna platforma do przeprowadzania eksperymentów dotyczących wyborów lokalizacji przestrzennej przez badane podmioty. Przestrzeń opisana została za pomocą kwadratowej siatki złożonej z  $n$  wierszy i  $n$  kolumn, gdzie  $n = 1, 2, \dots, \infty$ . Otrzymano w ten sposób przestrzeń złożoną z  $n^2$  identycznych kwadratów. Definiując wartości poszczególnych pól  $(a_i, j$  dla  $i, j = 1, 2, \dots, n)$  otrzymujemy mapę gęstości zaludnienia badanego obszaru, która wyznacza wielkości popytu w poszczególnych podobszarach, co przedstawia poniższy rysunek.

	1	2	.	.	.	.	.	.	.	$n$	
1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	.	.	.	.	.	.	.	$a_{1,n}$	1
2	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	.	.	.	.	.	.	.	$a_{2,n}$	2
.	.	.								.	.
.	.	.								.	.
.	.	.								.	.
.	.	.								.	.
.	.	.								.	.
.	.	.								.	.
$n$	$a_{n,1}$	$a_{n,2}$	.	.	.	.	.	.	.	$a_{n,n}$	$n$
	1	2	.	.	.	.	.	.	.	$n$	

**Rys. 4.**

Wielkości popytu w poszczególnych podobszarach w rozważanym modelu

Źródło: opracowanie własne.

Dzięki takiej metodzie definiowania rozkładu konsumentów, wszystkie przedstawione wcześniej modele są szczególnymi przypadkami tego zagadnienia. Przykładowo, przyjmując:  $n \rightarrow \infty$ ,  $a_{i,j} = 1/n$  dla  $i = 1, j = 1, 2, \dots, n$  i  $a_{i,j} = 0$  w pozostałych przypadkach oraz długość boków każdego z podobszarów równą  $1/n$ , otrzymujemy model miasta na odcinku jednostkowym, a dla  $n \rightarrow \infty$ ,  $a_{i,j} = 1/n^2$  dla  $i, j = 1, 2, \dots, n$  oraz wielkości boków każdego z podobszarów równej  $1/n$ , otrzymujemy model miasta na kwadracie.

Na rynku oferowane jest tylko jedno homogeniczne dobro. Każdy z konsumentów może kupić maksymalnie jedną jednostkę dobra. Do transakcji dojdzie, jeżeli korzyść z nabycia dobra jest nie mniejsza od poniesionych kosztów, tzn.

$$\max_{k=1,2,\dots,K} (v - (p_k + t\Delta x_k)) \geq 0$$

gdzie:  $v$  — korzyść konsumenta z nabycia dobra,  $p_k$  — cena firmy  $k$ ,  $t$  — koszt transportu (liniowy),  $\Delta x_k$  — odległość klienta od firmy  $k$ , a  $k = 1, 2, \dots, K$ . Konsumentci zgłaszają popyt na dobro tej firmy, w przypadku której całkowite koszty nabycia dobra są najmniejsze.

Firmy maksymalizują swoje zyski, które zdefiniowane są następująco:

$$\pi_k = (p_k - c)Q_k, \text{ dla } k = 1, 2, \dots, K$$

gdzie:  $\pi_k$  — zyski firmy  $k$ ,  $p_k$  — cena, po której sprzedajecie dobro,  $c$  — koszt wyprodukowania jednej jednostki dobra, natomiast  $Q_k$  — popyt na dobro firmy  $k$ .

Dla ułatwienia obliczeń w modelu zakłada się metrykę miejską (Manhattan) — ruch może odbywać się jedynie w kierunkach: północ, południe, wschód i zachód, czyli zabronione jest poruszanie się po przekątnej<sup>4</sup>. Przy tak zdefiniowanej mierze odległość konsumenta od kolejnych pól przedstawia poniższy rysunek.

	8	7	6	5	4	5	6	7	8
	7	6	5	4	3	4	5	6	7
	6	5	4	3	2	3	4	5	6
	5	4	3	2	1	2	3	4	5
	4	3	2	1	0	1	2	3	4
	5	4	3	2	1	2	3	4	5
	6	5	4	3	2	3	4	5	6
	7	6	5	4	3	4	5	6	7
	8	7	6	5	4	5	6	7	8

**Rys. 5.**

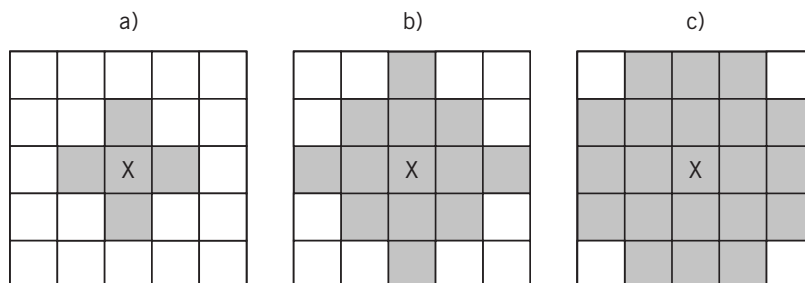
Odległość konsumenta (0) od kolejnych pól w rozważanym modelu

Źródło: opracowanie własne.

W przeprowadzonym eksperymencie obszar podzielony został na 25 podobszarów, tzn.  $n = 5$ . Przyjęto jednostajny rozkład konsumentów, czyli  $a_{i,j} = 1$  dla  $i, j = 1, \dots, n$ . Firmy sprzedają tylko jedno homogeniczne dobro po takiej samej, egzogenicznej cenie:  $\bar{p}$ . Celem firm jest maksymalizacja indywidualnych zysków. Rozpatrzono trzy wielkości firm w zależności od zasięgu ich

<sup>4</sup> W ten sposób zdefiniowana miara odległości wydaje się dość intuicyjna, choć można ją zastąpić inną metryką, np. euklidesową.

działalności: małe o zasięgu 1, średnie o zasięgu 2 i duże o zasięgu 3, co przedstawia poniższy rysunek.



**Rys. 6.**

Firma mała (a), średnia (b) i duża (c) położona w punkcie X

Źródło: opracowanie własne.

Na powyższym rysunku widać, że im zasięg firmy jest większy, tym więcej klientów jest ona w stanie obsłużyć. Zyski zaś są proporcjonalne do wielkości popytu zgłaszanego na sprzedawane dobro. Warto zwrócić uwagę, że analizowana sytuacja jest szczególnym przypadkiem przedstawionego wcześniej modelu ogólnego. Uzyskujemy ją poprzez przyjęcie następujących założeń:

- firma mała:  $v - \bar{p} = 1, \bar{p} - c = 1$ ;
- firma średnia:  $v - \bar{p} = 3, \bar{p} - c = 1$ ;
- firma duża:  $v - \bar{p} = 5, \bar{p} - c = 1$ .

Eksperyment został przeprowadzony dla trzech środowisk. Były to rynki duopolistyczne z małymi, średnimi i dużymi firmami. Dla każdego przypadku wyliczone zostały równowagi Nasha oraz równowagi Pareto efektywne dyskretnego modelu, poczym eksperymentalnie sprawdzono ich osiągnięcie.

#### 4.1. Przypadek firm małych

W przypadku firm małych występuje 36 równowag Nasha, z których jedynie 20 jest Pareto efektywnych, co pokazuje rysunek 7.

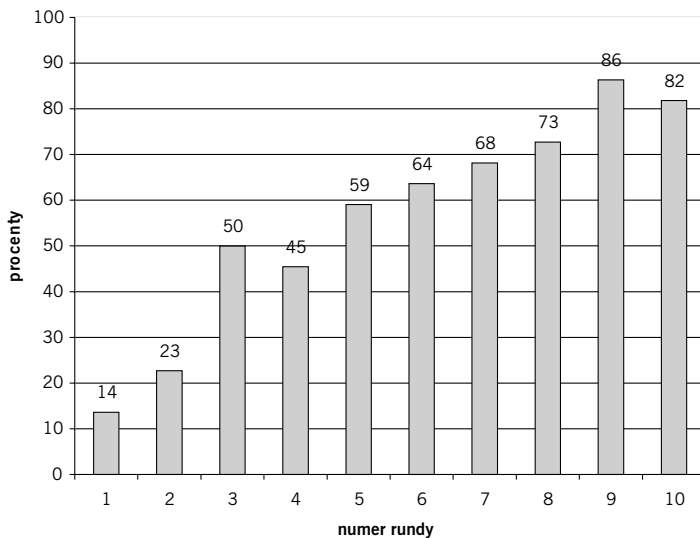
Jak na nim widać, małe firmy będąc w równowadze, znajdują się w częściowym rozproszeniu. Lokują się w takich miejscach, aby nie konkurować ze sobą, dzięki czemu uzyskują maksymalne zyski. Oczywiście położenie firmy na granicy obszaru jest posunięciem nieracjonalnym, gdyż powoduje to spadek jej zysków. Podobnie jest w sytuacji lokalizacji firmy w samym środku rozważanego obszaru, gdyż powoduje to konieczność konkurencji z przeciwnikiem.

W celu weryfikacji wyników teoretycznych przeprowadzony został eksperyment. Badana grupa liczyła 44 osoby. W eksperymencie brały udział po dwie osoby jednocześnie. Gra składała się z 10 identycznych rund. W każdej z nich gracze mieli za zadanie jednocześnie podjąć decyzję na temat lokalizacji swojej firmy.

NE		strategie gracza Y																									NE	
		1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5		
strategie gracza X	1;1																											
	1;2																											
	1;3																											
	1;4																											
	1;5																											
	2;1																											
	2;2																											
	2;3																											
	2;4																											
	2;5																											
3;1																												
3;2																												
3;3																												
3;4																												
3;5																												
4;1																												
4;2																												
4;3																												
4;4																												
4;5																												
5;1																												
5;2																												
5;3																												
5;4																												
5;5																												
NE		strategie gracza Y																									NE	

**Rys. 7.** Równowagi Nasha (NE) oraz Pareto efektywne równowagi Nasha (NE) w modelu dwóch małych firm, gdzie wiersze macierzy oznaczają strategie lokalizacyjne gracza X, kolumny zaś — strategie lokalizacyjne gracza Y  
 Źródło: opracowanie własne.

Procentową liczbę par graczy znajdujących się w równowadze Nasha i Pareto efektywnej w kolejnych rundach przedstawia poniższy rysunek.

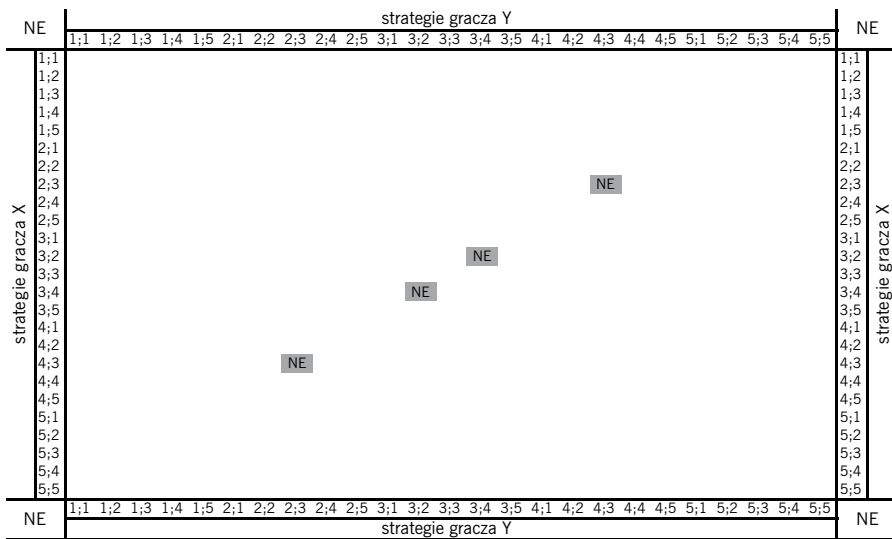


**Rys. 8.** Liczba małych firm znajdujących się w równowadze w poszczególnych rundach w procentach  
 Źródło: opracowanie własne.

W kolejnych rundach coraz więcej graczy potrafiło skoordynować swoje ruchy i ostatecznie ponad 80% osiągało równowagę lokalizacyjną. Potrzebny czas był różny w zależności od uczestników, a wpływ na to miała przewidywalność ruchów przeciwnika. Firmy, którym to się udało pozostawały już w lokalizacji gwarantującej maksymalne zyski do końca gry. Jednakże niespełna 20% graczy nie doszło do porozumienia i nie osiągnęło równowagi. Z powodu dążenia do zajęcia centralnej lokalizacji przez swoją firmę wbrew racjonalnym przesłankom. Gracze ci, niezależnie od decyzji przeciwnika, niezmiennie pozostawali w środku obszaru. Konsekwencją takich decyzji był spadek zysków obu firm. Jednakże świadomość bycia w strategicznym położeniu okazała się dla nich cenniejsza od wielkości uzyskiwanych przychodów.

#### 4.2. Przypadek firm średniej wielkości

W przypadku firm średnich występują tylko 4 równowagi Nasha i wszystkie są Pareto efektywne, co przedstawia poniższy rysunek. Są one osiągnięte dla następujących położzeń firm: ((3, 2), (3, 4)), ((2, 3), (4, 3)) oraz symetrycznych do nich. Widzimy więc dość intuicyjną zależność: im większy rozmiar konkurujących ze sobą firm, tym ich rozproszenie jest coraz mniejsze.

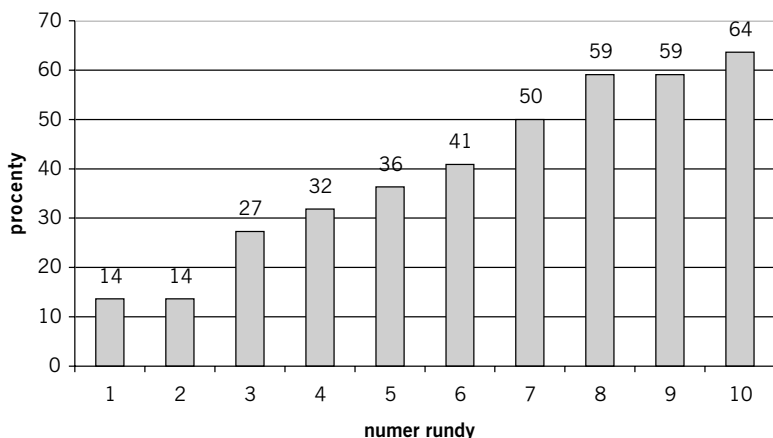


**Rys. 9.**

Równowagi Nasha (NE) oraz Pareto efektywne równowagi Nasha (NE) w modelu dwóch średnich firm, gdzie wiersze macierzy oznaczają strategie lokalizacyjne gracza X, kolumny zaś — strategie lokalizacyjne gracza Y

Źródło: opracowanie własne.

Zdecydowanie mniej, gdyż tylko 64% firm osiągnęło równowagę lokalizacyjną w tej grze. Spowodowała to jeszcze większa, aniżeli miała miejsce w przypadku małych firm, chęć do lokalizacji w centrum.



**Rys. 10.**

**Liczba średnich firm znajdujących się w równowadze w poszczególnych rundach w procentach**

Źródło: opracowanie własne.

W tym przypadku aż 39% osób ulokowało swoje firmy za pierwszym razem w środku. W następnych rundach liczba ta oscylowała pomiędzy 20–30%, by ostatecznie osiągnąć niespełna 20%. Przyczyną tak wielu lokalizacji firm w centrum wydaje się być, oprócz opisywanej wcześniej chęci sprawowania dominującej roli na rynku, pragnienie zarabiania więcej od konkurenta. Często w rzeczywistości nie jest ważna absolutna wielkość zarobków, a tylko proporcjonalna w porównaniu do zarobków ludzi, wśród których żyjemy i z którymi przebywamy, czyli rodziny, znajomych czy też sąsiadów. Ludzie czują się bogaci, jeżeli zarabiają więcej niż inni, biedni zaś, jeżeli ich stan majątkowy jest gorszy od pozostałych. W analizowanym modelu, opuszczenie równowagi przez jedną z firm i przeniesienie się jej do centrum powoduje, co prawda, zaostrzenie konkurencji wynikające ze zmniejszenia się odległości pomiędzy konkurentami, w konsekwencji oznaczającej spadek zysków obydwu graczy (lidera o 5,2%, naśladowcy zaś o 15,8%), jednakże firma, która wykona takie posunięcie będzie miała aż o 11% większe zyski od swojego konkurenta. Jak pokazują wyniki, choć jest to posunięcie nieracjonalne ekonomicznie, to blisko 20% graczy tak postąpiło. Oczywiście firma pozostająca na obrzeżach także rozważa przesunięcie się do centrum. Jeżeli to uczyni, zyski obydwu graczy spadną jeszcze bardziej. W momencie, gdy naprzeciw siebie stanie dwóch graczy, dla których najważniejsza jest pozycja na rynku, może dojść do sytuacji wręcz absurdalnej, w której firmy zamiast porozumieć się, będą prowadzić wojnę lokalizacyjną, czego rezultatem będzie spadek ich zysków o 31,5% w stosunku do wyboru punktu równowagi. Jak pokazał eksperyment sytuacja taka może zdarzyć się w rzeczywistości. Wśród 22 badanych par aż 3 zdecydowały się na obustronną lokalizację w centrum analizowanego obszaru i nie zmieniły jej aż do końca gry.

### 4.3. Przypadek firm dużych

Ostatnim analizowanym przypadkiem była konkurencja dwóch dużych firm. Każda z nich jest w stanie zaopatrzyć klientów niemalże z całego obszaru, co powoduje jeszcze większą, niż to miało miejsce wcześniej, konkurencję na rynku. Jest to niezwykle ciekawy przypadek, ponieważ istnieje tylko jedna równowaga Nasha w tej grze, gdy obie firmy położone są w centrum. Równowaga ta nie jest jednak Pareto efektywna. Równowagą Pareto efektywną jest częściowe rozproszenie firm i położenie ich w odległości 2 jednostek od siebie, symetrycznie względem środka analizowanego obszaru. Przykład takiej lokalizacji przedstawia poniższy rysunek.

	1	2	3	4	5	
1						1
2						2
3		X		Y		3
4						4
5						5
	1	2	3	4	5	

	nr wiersza	nr kolumny	zdobyte punkty
gracz X	3	2	12,5
gracz Y	3	4	12,5

#### Rys. 11.

Przykładowa równowaga Pareto efektywna, która nie jest równowagą Nasha w modelu dwóch dużych firm

Źródło: opracowanie własne.

W modelu tym występują 4 równowagi Pareto efektywne. Są nimi następujące lokalizacje firm:  $((3, 2), (3,4))$ ,  $((3, 4), (3,2))$ ,  $((2, 3), (4, 3))$ , oraz  $((4, 3), (2, 3))$ . W każdym z powyższych przypadków gracze mają jednak jednostronną pokusę do wejścia do środka, gdyż ich zyski wzrosną wówczas o 7,9%, zyski zaś konkurenta spadną 20%. Drugiemu graczowi opłaca się wówczas także zmienić lokalizację i ulokować swoją firmę w centrum. W ten sposób zostanie osiągnięta równowaga Nasha, w której zyski firm są o 16% mniejsze aniżeli w równowadze Pareto efektywnej.

Kluczowym pytaniem w przypadku dwóch dużych firm jest: czy firmy zdołają się porozumieć i nie wchodząc do środka osiągnąć równowagę Pareto efektywną opierającą się na wzajemnym zaufaniu, czy też któryś z graczy będzie chciał zdominować rynek, czego konsekwencją będzie lokalizacja w centrum obu firm, czyli osiągnięcie nieefektywnej równowagi Nasha?



Wcześniejsze wyniki mogą wskazywać na sytuację drugą. Trudno bowiem przypuszczać, żeby gracze w warunkach eksperymentalnych, w których nie mogą się porozumiewać, byli w stanie zaufać rywalowi i samemu oprzeć się pokusie wejścia do środka. Potwierdzają to wyniki przeprowadzonego eksperymentu. Blisko 90% par znalazło się ostatecznie w równowadze Nasha, czyli lokując się w centrum zdecydowali się konkurować ze sobą. Pozostałe 10% nie osiągnęło żadnej równowagi ciągle podejmując jednostronne próby porozumienia się i opuszczenia tej nieefektywnej centralnej lokalizacji. W dwóch ostatnich rundach eksperymentu jedynie niewiele ponad 5% graczy nie umieściło swoich firm w centrum. Oznacza to, że reszta uczestników nieznajdujących się w równowadze Nasha pozostała w środku, co potwierdza tezę o niemożliwości synchronicznego podejmowania decyzji lokalizacyjnych.

## 5. Podsumowanie

Najważniejszym wnioskiem płynącym z przeprowadzonej analizy jest wykazanie znaczenia wielkości firm w decyzjach lokalizacyjnych. Jak wskazują uzyskane w modelu teoretycznym równowagi oraz wyniki eksperymentów, małe firmy wybierają lokalizacje na peryferiach. Dzięki rozproszeniu dzielą się one rynkiem i nie rywalizują ze sobą. Powoduje to osiągnięcie maksymalnych zysków, tak samo wysokich, jak na rynku monopolistycznym. Wraz ze wzrostem wielkości firm zwiększa się jednak rywalizacja pomiędzy nimi i zmniejsza rozproszenie. Punktem granicznym jest skupienie się w jednym punkcie w centrum obszaru w przypadku dużych firm. Dodatkowym czynnikiem wzmacniającym działanie siły dośrodkowej jest czynnik psychologiczny: pragnienie zajęcia pozycji centralnej i „dominacji na rynku”. Dzieje się to nawet kosztem części zysków. Osiągnięte w tej pracy wyniki mogą być bardzo stymulujące do zmiany postrzegania przynajmniej zjawisk ekonomicznych. Po pierwsze, wielkość rynku i zdolność nasycenia rynku decyduje o zróżnicowaniu produktów. Jeżeli każda z firm nie jest zaspokoić potrzeb całego rynku (w rozumieniu lokalizacji, jak i cech produktowych), to zachodzi zasada maksymalnego zróżnicowania produktu. W przypadku firm dużych, które mogą zaspokoić cały popyt rynkowy, konkurencja prowadzi do zasady minimalnego zróżnicowania produktu. Po drugie, procesy globalizacyjne mogą powodować pogłębianie się różnic między peryferiami a metropolią — dywergencję. Pojawienie się na rynkach krajowych dużych firm może prowadzić do konkurencji, w której wyniku firmy będą lokować swoją działalność w centrum kraju. Produkować one będą dobra według zasady minimalnego zróżnicowania produktu, co prowadzić może do pogłębiania się niechcianych i niepożądanych skutków globalizacji.

## Bibliografia

Anderson S.P., 1986, *Equilibrium existence in the circle model of product differentiation*, „London Papers in Regional Science” Series 16, s. 19–29.

- Anderson S.P., 1991, *Neven D.J. Cournot competition yields spatial agglomeration*, „International Economic Review” nr 32, s. 793–808.
- Ansari A., Economides N., Steckel J., 1998, *The Max-Min Principle of Product Differentiation*, „Journal of Regional Science” nr 38, s. 207–230.
- Böckem S., 1994, *A generalized model of horizontal product differentiation*, „Journal of Industrial Economics” nr 42, s. 287–298/
- Braid R., 1986, *Stackelberg price leadership in spatial competition*, „International Journal of Industrial Organization” nr 4, s. 439–449.
- Braid R., 1999, *The price and profit effects of horizontal mergers in two-dimensional spatial competition*, „Economics Letters” nr 62, s. 113–119.
- Braid R., 2003, *Spatial price competition between large and small stores with stockouts or limited product selections*, „Economics Letters” nr 81, s. 111–116.
- Brown-Kruse J., Cronshaw M.B., Schenk D.J., 1993, *Theory and experiments on spatial competition*, „Economic Inquiry” nr 31(1), s. 139–165.
- Brown-Kruse J., Schenk D., 2000, *Location, cooperation and communication: An experimental examination*, „International Journal of Industrial Organization” nr 18, s. 59–80.
- Collins R., Sherstyuk K., 2000, *Spatial Competition with Three Firms: An Experimental Study*, „Economic Inquiry” nr 38(1), s. 73–94.
- Czarny E., Sabak A., 2005, *Zamiłowanie konsumentów do różnorodności a niedoskonała konkurencja*, „Bank i Kredyt” nr 2, s. 40–49.
- D’Aspremont C. J., Gabszewicz J., Thisse J.-F., 1979, *On Hotelling’s stability in competition*, „Econometrica” nr 47, s. 1145–1150.
- Economides N., 1986, *Minimal and maximal product differentiation in Hotelling’s duopoly*, „Economics Letters” nr 21, s. 67–71.
- Gupta B., Lai F., Pal D., Sarka, J., Yu C., 2004, *Where to locate in a Circular City?*, „International Journal of Industrial Organization” forthcoming nr 22, s. 759–782.
- Gupta B., Pal D., Sarkar J., 1997, *Spatial Cournot competition and agglomeration in a model of location choice*, „Regional Science and Urban Economics” nr 27, s. 261–282.
- Hinloopen J., Marrewijk C.V., 1999, *On the limits and possibilities of the principle of minimum differentiation*, „International Journal of Industrial Organization” nr 17, s. 735–750.
- Hotelling H., 1929, *Stability in competition*, „Economic Journal” nr 39, s. 41–57.
- Irmen A., Thisse J.-F., 1998, *Competition in multi-characteristics spaces: Hotelling was almost right*, „Journal of Economic Theory” nr 78, s. 76–102.
- Ishida J., Matsushima N., 2004, *A noncooperative analysis of a circular city model*, „Regional Science and Urban Economics” nr 34, s. 575–589.
- Kats A., 1995, *More on Hotelling’s Stability in Competition*, „International Journal of Industrial Organization” nr 13(1), s. 89–93.
- Matsushima N., 2001, *Cournot competition and spatial agglomeration revisited*, „Economics Letters” nr 73, s. 175–177.
- Osborne M.J., Pitchik C., 1987, *Equilibrium in Hotelling’s model of spatial competition*, „Econometrica” nr 55, s. 911–923.
- Pal D., 1998, *Does Cournot competition yield spatial agglomeration*, „Economics Letters” nr 60, s. 49–53.
- Salop S.C., 1979, *Monopolistic competition with outside goods*, „Bell Journal of Economics” nr 10, s. 141–156.
- Tabuchi T., 1994, *Two-stage two-dimensional spatial competition between two firms*, „Regional Science and Urban Economics” nr 24, s. 207–227.

Vendrop E., Majeed A., 1995, *Differentiation in a two-dimensional market*, „Regional Science and Urban Economics” nr 25, s. 75–83.

Vickery W.S., 1964, *Microstatics*, New York and Burlingame: Harcourt, Brace, and World.

**A b s t r a c t** **Influence of the size of the company on developing of decision-making process of the enterprise concerning the spatial location**



In the models of the horizontal product differentiation it is assumed that all the consumers will decide on purchase of goods, it means that there will be the full market saturation assumption. The authors of the work study the influence of overthrowing this unreal theory on the balances in one and two dimension models of location. In order to verify the balances the experiment has been carried out to study the choices of the participants regarding the location of the company according to the level of the market saturation. The experiment confirmed the influence of the size of the company on its location and demonstrated the occurrence of negative relationship among the size of the companies and the distance between them in the balanced state. The large firms chose the central location, the Principal of Minimum Product Differentiation, when the small enterprises were creating separate monopolistic markets, the Principal of Enough Product Differentiation. Decisions that were made both by large and small enterprises as and small they were correct with the theoretical expectations. Only medium enterprises were located closer to each other than the theory was assumed. The reason of this was a desire to be located in the central point of the market in order to gain the quantity leader's position. It took place by the cost of the lost of parts of profit.