Reguły stopy procentowej w warunkach niepewności

Bohdan Kłos, dr,
Katedra Statystyki i Ekonometrii, Wydział Nauk Ekonomicznych, UW

Polityka makroekonomiczna prowadzona jest w warunkach, w których — nie mając pełnej informacji o tym, co obecnie dzieje się w gospodarce — podejmuje się działania o skutkach nie zawsze możliwych do przewidzenia. Makroekonomiczne dane statystyczne zawsze uzyskujemy z opóźnieniem, ich dokładność bywa wątpliwa, stopień zrozumienia związków między instrumentami a celami polityki w danej gospodarce nie jest perfekcyjny, dodatkowo działanie mechanizmów ekonomicznych deformują pojawiające się nieprzewidywalne zaburzenia, szoki, zmiany strukturalne. Aby nie traktować niedostatku wiedzy jak zjawiska subiektywnego, w literaturze zwykło się opisywaną sytuację określać mianem n i e p e w n o ś c i. Kwestia, co jest źródłem wiedzy o gospodarce (jakie są przyczyny niewiedzy), wykracza poza ramy niniejszego opracowania. Wydaje się jednak, iż — bez jakichkolwiek pretensji do kompletności wywodów — użyteczne jest zwrócenie uwagi na jeden argument. Rozróżnienie: teoria (rozumiana jako zestaw twierdzeń, lematów wywiedzionych w sposób ścisły z zestawu aksjomatów i pojęć pierwotnych) — empiria, badania ilościowe (traktowane szeroko, zarówno jako prosty opis otaczającej rzeczywistości, jak i źródło uogólnień empirycznych) dobrze wskazuje na podstawowe przyczyny. Sama teoria, jak też sama empiria, będące — generalnie rzecz biorąc — źródłem wiedzy (w ogóle), nie są wystarczającym źródłem wiedzy o konkretnej gospodarce. Łącząc teorię z badaniami empirycznymi (ilościowymi), badacz staje przed nierozwiązywalnymi problemami błędów specyfikacji lub/i błędów pomiarów zmiennych prowadzących w najlepszym przypadku do nieefektywnych — a częściej — obciążonych i niezgodnych ocen parametrów strukturalnych relacji behawioralnych będących przedmiotem badania. Niedocenianym, ale ważnym problemem jest też kwestia braku identyfikowalności, tzn. sytuacja, w której alternatywne przypuszczenia dotyczące zależności przyczynowo-skutkowych funkcjonujących w gospodarce nie mogą być zweryfikowane (sfalsyfikowane), nie są bowiem rozróżnialne na podstawie dostępnych danych. W efekcie — nawet przy starannym stosowaniu metod badań ilościowych i teoretycznej wiedzy *a priori* — uzyskiwane wnioski o związkach przyczynowo-skutkowych występujących w gospodarce są niepewne. Tak więc wynikającej z oczywistej koniecz-

Tekst jest skróconą wersją opracowania *Odporna na błędy polityka monetarna* przygotowanego na Wydziałową Konferencję Naukową w Kazimierzu Dolnym, 27–29 września 2002.

ności rozwiązywania problemów społecznych i gospodarczych potrzebie aktywnej polityki fiskalnej i monetarnej można przeciwstawić poważne argumenty, a nieco skrajnym — aczkolwiek obecnym zarówno w literaturze ekonomicznej, jak i w życiu publicznym — postulatem jest w związku z tym pasywność czy zgoła egzogeniczność samej polityki, zwłaszcza monetarnej. Odpowiedzią na sugestię pasywności jest wpisywanie efektów niepewności w procedury decyzyjne, tzn. takie kształtowanie polityki oraz taka jej implementacja, aby utrzymać skuteczność polityki mimo niepełnej wiedzy.

Niniejsze opracowanie — koncentrując się na polityce pieniężnej — przedstawia wybrane wyniki analiz teoretycznych i empirycznych, których głównym motywem jest szeroko rozumiana niepewność, a politykę pieniężną utożsamia się z regułą stopy procentowej. Cytowane są wyniki badań nad optymalnymi oraz odpornymi decyzjami w warunkach niepewności, zwracając uwagę na sposoby interpretowania pojęcia niepewność. Obok niepewności bayesowskiej (addytywnej, multiplikatywnej i danych) oraz niepewności w sensie Knighta charakteryzowane są także ujęcia pragmatyczne. Jakkolwiek niniejsze opracowanie nie zawiera wyników samodzielnych prac empirycznych, zaprezentowany przegląd idei wydaje się dobrym punktem startowym do ćwiczeń sprawdzających efektywność (odporność) różnych wariantów polityki monetarnej, także w gospodarce podlegającej procesom transformacji.

1. Niepewność i optymalne decyzje

Wygodnym punktem startowym do dalszych rozważań będzie szkic typowego zadania pozwalającego wyznaczyć „dobrą” politykę, tzn. takie wartości instrumentów, które minimalizują straty powstające, gdy założone cele polityki gospodarczej nie są osiągane:

$$strata = \underset{0}{E} \sum_t \left\{ (dyskonto)^t \cdot S[zmienne\_celu, cel, instrumenty; wagi\_S] \right\} \quad (1)$$

przy ograniczeniach opisujących związek celów z instrumentami, tzn. przy danym modelu gospodarki:

$$zmienne\_celu = M[zmienne\_celu, instrumenty, inne\_zmienne, parametry\_M] \quad (2)$$

Rozwiązaniem takiego zadania jest:

$$instrumenty = K\begin{bmatrix} zmienne\_celu, cele \\ parametry\_K, inne \end{bmatrix} = \begin{cases} \arg \min\limits_{instrumenty} [strata\,(.)] & (a) \\ \text{lub} \\ \arg \min\limits_{instrumenty} \max\limits_{model} [strata\,(.)] & (b) \end{cases} \quad (3)$$

czyli wyznaczalna analitycznie formuła wiążąca instrumenty z celami (reguła) lub trajektoria wartości instrumentów.

Rozwiązanie (3) dostarcza opisu polityki optymalnej (dla klasycznej optymalizacji) lub optymalnie odpornej (dla wersji minimaksowej). W grupie rozwiązań problemu (1)–(2) prowadzących do (3a, b) szczególne zainteresowanie wzbudza sytuacja, w której K jest funkcją liniową. Cecha ta okazuje się na tyle ważna, iż narzuca się taka postać rozwiązania problemu. Mamy wówczas do czynienia z polityką „efektywną". W toku dalszych rozważań analityczne rozwiązanie problemu decyzyjnego typu (3a) nazywane będzie optymalną regułą polityki (optymalnie odporną — (3b)), efektywna (odpowiednio: efektywnie odporna) reguła prosta oznacza rozwiązanie (3a) (odpowiednio: (3b)) problemu z dodatkowym warunkiem dotyczącym liniowości K, pojęcie prostej reguły odnoszone jest do liniowej K, ale z dobranymi *ad hoc* parametrami, tzn. nieposiadającej ani waloru optymalności, ani efektywności.

Niedostatki wiedzy o gospodarce przekładają się na usterki modelu M. Traktując niewiedzę jako zjawisko obiektywne, można powiedzieć, że niepewny jest model. Jeśli „niepewny" znaczy losowy, to mamy do czynienia z bayesowską interpretacją zjawiska. Zmienne losowe są poznawalne w tym sensie, że można określić ich rozkład i parametry rozkładu. Dlatego w przypadku niepewności bayesowskiej zakłada się, iż charakterystyki losowości są znane. Niepewność bayesowska może być addytywna lub multiplikatywna. Z pierwszą mamy do czynienia wtedy, gdy cała niepewność (losowość) daje się zebrać w addytywny (gaussowski) składnik losowy, składnik dodawany do równań modelu M. Jeśli losowość dotyka parametrów, mówimy o niepewności multiplikatywnej. Obok parametrów modelu niepewne mogą być także wartości zmiennych, zarówno tych, które mają mierzalną naturę (np. zatrudnienie, wartość sprzedaży), jak i tych, które takiej cechy nie mają (potencjał produkcyjny, NAIRU itp.) — jest to przypadek niepewności danych. Utożsamiając niepewność z losowością, przy znanych rozkładach zmiennych losowych, problem poszukiwania najlepszej decyzji w warunkach niepewności zmienia się w stochastyczne zadanie optymalnego sterowania, którego rozwiązaniem jest (3a). W ogólnym przypadku charakterystyki losowości będą uwzględnione w uzyskanej regule optymalnej (efektywnej).

Budując lub stosując modele empiryczne, często podejrzewamy istnienie jakiegoś błędu specyfikacji, ale nie jest możliwe bliższe zidentyfikowanie natury takiego defektu. Traktowanie takiego błędu jako zjawiska o stochastycznej naturze (i w konsekwencji spekulacje na temat rozkładów) byłoby więc bardzo restryktywnym założeniem — niepewne elementy modelu nie muszą być losowe. Jest to bardziej zasadniczy przypadek niewiedzy niż w przypadku interpretacji bayesowskiej i nazywany jest w literaturze niepewnością w sensie Knighta. F. Knight rozróżniał r y z y k o, które można opisać modelem probabilistycznym, oraz n i e p e w n o ś ć, która jest aż w takim stopniu nieokreślona, że nie można skonstruować opisującego jej charakter modelu probabilistycznego. W zależności od tego, co dodatkowo wiemy na temat lokalizacji błędu specyfikacji, wyróżnia się dwa przypadki: niepewność astrukturalną oraz niepewność strukturalną. Niepewność astrukturalna ma najbardziej fundamentalny charakter: może wynikać z bliżej niesprecyzowanych błędów parametrów, postaci analitycznej, pomiaru zmiennych, błędy te mogą zależeć od zmiennych stanu itp. Ograniczeniem warunkującym istnienie rozwiązania problemu decyzyjnego jest jednak możliwość zblokowania wszystkich defektów modelu w jeden dodatkowy, addytywny komponent modelu. Z niepewnością strukturalną mamy do czynienia wtedy, gdy wiemy więcej, np. potrafimy zlokalizować niepewne parametry, przypisać je do konkretnej grupy zmiennych, wskazać klasę defektu (np. pojedyncza zmiana wartości konkretnego parametru z danymi wartościami granicznymi zmiany).

W omawianym ujęciu błąd specyfikacji modelu nie ma charakteru losowego. Formalną (matematyczną) strukturę można jednak utworzyć, traktując zadanie decydenta jak dwuosobową grę o sumie zerowej. Decyzję o błędzie specyfikacji modelu podejmuje natura, decydent powinien wybrać takie wartości instrumentów, aby kaprysy natury nie miały wpływu na efektywność jego polityki. Dlatego — przy niepewności w sensie Knighta — rozwiązanie problemu decyzyjnego jest typu (3b). Oczywiście decydent musi wcześniej określić: jak mierzyć błędy specyfikacji, jak mierzyć wrażliwość na błędy oraz na jaki maksymalny błąd ma być odporna jego decyzja. Procedury matematyczne wykorzystywane przy rozwiązywaniu takiego problemu opierają się na dorobku odpornego sterowania [ang. *robust control*].

Jakkolwiek pojęcie niepewności w sensie Knighta jest bardzo elastyczne, zasadne wydaje się wyróżnienie jeszcze jednego typu niepewności — niepewności paradygmatu. Niepewność w sensie Knighta wiąże się z błędem specyfikacji modelu, niepewność paradygmatu — co zostanie wyjaśnione później — nie musi oznaczać defektu modelu, a niemożliwość wyboru „najlepszego" modelu z grupy możliwych do wykorzystania. Jeśli istnieją przynajmniej dwa „dobre" modele tego samego obiektu, to można uzyskać dwie różne „optymalne" reguły decyzyjne. Rozwiązaniem dylematu może być więc reguła „odporna" na niepewność paradygmatu, tzn. reguła, która charakteryzuje się minimalną stratą, bez względu na to, który z modeli jest rzeczywiście „prawdziwy". Tej klasie zagadnień brakuje głębszych podstaw teoretycznych, pojawiające się eksperymenty empiryczne — z dobieraną *ad hoc* metodyką badania — pokazują jednak, że niepewność paradygmatu jest realnym problemem.

2. Bayesowska interpretacja niepewności

2.1. Niepewność addytywna

W latach 50.–70. przeniesiono z nauk technicznych do ekonomii wyniki badań dotyczących optymalnego sterowania, a uzyskane wnioski można streścić następująco[1]. Jeśli polityk musi podjąć decyzję, nie mając pełnej wiedzy

[1] Jedną z pierwszych prób była praca doktorska Phillipsa [1954], która nadal jest cytowana w opracowaniach dotyczących reguł polityki monetarnej. Szerzej problematykę zastosowań

o stanie obiektu, to stoją przed nim dwa zagadnienia: oceny (estymacji) bieżącego stanu obiektu (estymacja zmiennych stanu) oraz wyznaczenia optymalnej decyzji (wyznaczenie zmiennych sterujących lub parametrów charakteryzujących reakcję zmiennych sterujących na wahania zmiennych stanu). Jeżeli decydent — wyznaczając swoją optymalną decyzję — minimalizuje kwadratową funkcję straty S, model M opisujący skutki implementacji polityki oraz ewolucję stanu gospodarki jest liniowy, a cała niepewność daje się sprowadzić do addytywnego zaburzenia (o zerowej wartości oczekiwanej) zmiennych stanu, to wówczas z pomocą przychodzą dwie zasady: równoważności [ang. *certainty equivalence principle*] i separacji [ang. *separation principle*]. Pierwsza głosi, że optymalną politykę należy wyznaczyć, ignorując zdefiniowaną w powyższy sposób (addytywną) niepewność, a uzyskany rezultat można zastosować bezpośrednio. Druga zasada pozwala rozdzielić problem estymacji zmiennych stanu i wyznaczania optymalnej polityki.

Ilustracją zasady równoważności jest rozwiązanie liniowo-kwadratowego, stochastycznego zadania optymalnego sterowania, w którym funkcja celu jest dana przez[2]:

$$E_t\left(\sum_{t=1} x_t' Q x_t + \sum_{t=1} u_t' N u_t\right) \tag{4}$$

Model M zapisany jest w postaci modelu przestrzeni stanu [ang. *state-space model*] z redukcją maksymalnego opóźnienia do pierwszego:

$$x_t = Ax_{t-1} + Bu_t + e_t \tag{5}$$

gdzie: x jest wektorem zmiennych stanu, u wektorem zmiennych sterujących (instrumentów), macierze Q i N są określone nieujemnie, e jest nieskorelowanym składnikiem losowym o zerowej wartości oczekiwanej i skończonej (stałej) macierzy kowariancji. Zaproponowana funkcja straty jednakowo traktuje straty dzisiejsze i przyszłe (dyskonto równe jeden), co — przy nieskończonym horyzoncie optymalizacji i skutecznej optymalizacji — sprowadza zagadnienie do minimalizacji asymptotycznej wariancji. W podanych warunkach, gdy spełnione są warunki konieczne, rozwiązanie problemu optymalnego sterowania — o ile istnieje — dane jest przez:

$$\begin{aligned} u_t &= Rx_{t-1} \\ R &= -[N + B'SB]^{-1}[B'SA] \\ S &= Q + R'NR + (A+BR)'S(A+BR) \end{aligned} \tag{6}$$

optymalnego sterowania w ekonomii omawiają na przykład: Chow [1970, 1972, 1995, 1995] i Turnovsky [1977a].

[2] Prezentowane wyniki zostały zaadaptowane z pracy Turnovsky'ego [1977a], s. 315 i n. Rudenbusch i Svensson [1999] oraz Sargent [1987] podają konkurencyjne sformułowania problemu optymalnego sterowania.

Podany wynik nie zależy od parametrów rozkładu składnika losowego, tzn. ponowne rozwiązanie problemu sterowania z pominięciem addytywnego e (deterministycznym modelem M) będzie takie samo — stąd zasada równoważności warunkom braku niepewności. Optymalna wartość funkcji straty będzie, oczywiście, zależała od wariancji składników losowych. Uwzględnienie dyskonta w funkcji straty nie zmienia istoty sformułowanego wniosku (w powyższej formule macierze N i R należy przemnożyć przez współczynnik dyskonta). Wspomniana wcześniej zasada separowalności głosi, że odrzucenie założenia o nielosowości zmiennej stanu x nie zmienia postaci reguły (tu: macierzy R), aczkolwiek wyliczana z formuły trajektoria instrumentów może ulec zmianie z uwagi na zastąpienie dokładnych wartości zmiennych stanu ich wartością oczekiwaną[3].

2.2. Multiplikatywna niepewność parametrów

Kwesta optymalnej polityki, gdy nie mamy pewności, jak silne są bezpośrednie związki między instrumentem i celem polityki (wartości parametrów wiążących instrumenty ze zmiennymi opisującymi stopień realizacji celu), była przedmiotem dociekań Brainarda[4]. Wnioski, jakie wówczas uzyskał, wiele lat później określono mianem „zasady konserwatyzmu Brainarda”. Istota tej zasady sprowadza się do spostrzeżenia, iż — w porównaniu z sytuacją braku niepewności — reakcje decydenta powinny być mniej gwałtowne, tzn. odpowiedni parametr reguły polityki należy zmniejszyć. Istotę argumentu ilustruje prosty przykład. Dla statycznej, kwadratowej funkcji celu i jednorównaniowego modelu problem decyzyjny można zapisać jako[5]:

$$S\left(a_t, b_t, u_t, e_t\right) = y_t^2 \tag{7}$$

$$y_t = a_t y_{t-1} + b_t u_t + e_t \tag{8}$$

---

[3] W sformułowaniu problemu optymalizacji Sargenta reguła ma postać $u_t = Fx_t$, tzn. decyzja o instrumentach w chwili t opiera się na wartościach zmiennych stanu także z chwili t, co pozwala sformułować wątpliwość, czy dzisiejszy stan obiektu jest znany. W myśl zasady separowalności — przy nieskorelowanych elementach losowych zadania — optymalną regułą jest $u_t = FEx_t$ (por. [Smets 1998]). W ujęciu Turnovsky'ego decyzja podejmowana w chwili t opiera się na stanie obiektu w chwili $t - 1$, co pozwala pominąć wątek niepewności danych — jednostka czasu może być tak dobierana, aby decyzja opierała się na dokładnej wiedzy o stanie obiektu.

[4] W cytowanej już pracy Turnovsky'ego [1977a] zaprezentowano rozwiązanie zadania optymalnego sterowania, które uwzględnia zarówno niepewność addytywną, jak też multiplikatywną (przy braku korelacji składników losowych odpowiedzialnych za niepewność multiplikatywną i addytywną). I tak dla funkcji straty (4) i modelu:

$$x_t = (A + V_t)x_{t-1} + (B + W_t)u_t + e_t$$

gdzie: V_t, W_t są losowymi zaburzeniami parametrów, rozwiązanie dane jest przez:

$$u_t = Rx_{t-1}$$

$$R = -[N + B'SB + E(W'SW)]^{-1}[B'SA + E(W'SV)]$$

$$S = Q + R'NR + (A + BR)'S(A + BR) + E\left[(V + WR)'S(V + WR)\right]$$

jeśli są spełnione warunki konieczne oraz dodatkowe założenia, w tym dotyczące natury losowości V, W oraz e, por. Turnovsky [1977a].

[5] Por. von zur Muehlen [2001].

Zakładając, że: a — znane oraz $b \sim (Eb, \sigma^2{}_b)$, $e_t \sim N(Ee, \sigma^2{}_e)$ i $E(b - Eb)(e - Ee) = \sigma_{be}$, rozwiązaniem problemu decyzyjnego jest reguła:

$$u_t = \frac{-a_t}{Eb + \sigma_b^2 / Eb} y_{t-1} - \frac{EbEe + \sigma_{eb}}{\sigma_b^2 + (Eb)^2} \tag{9}$$

Z (9) wynika, że wzrost niepewności mnożnika b mierzonej wariancją powoduje spadek wartości absolutnej parametru reguły, tzn. zmniejsza się reakcja instrumentu u na wielkość y. Przy bardzo dużej niepewności zasadne będzie więc całkowite ignorowanie y. Wyniki tych badań były wielokrotnie potwierdzane dla bardziej rozbudowanych modeli M oraz bardziej rozbudowanych, dynamicznych funkcji straty S.

Jakkolwiek konserwatywne standardy zachowania w obliczu niepewności upowszechniły się wśród przedstawicieli banków centralnych, sama zasada konserwatyzmu nie ma waloru ogólności. Biorąc pod uwagę model (7)–(8), gdy b — znane oraz a ~. $(Ea,.)$, $e_t \sim \mathrm{N}(Ee, \sigma_e^2)$, optymalną regułą jest[6]:

$$u_t = \frac{-1}{b_t}\left[Eay_{t-1} + Ee\right] \tag{10}$$

która nie zawiera sugestii dotyczących pasywności polityki. Bardziej rozbudowane problemy badali między innymi Chow [1972], Craine, Söderstrom [2000] oraz Shuetrim i Thompson [1999]. Crane[7] prowadził eksperymenty numeryczne, posługując się dwoma dynamicznymi modelami z losowymi parametrami: „monetarystycznym" i „neokeynesowskim" i dochodząc do wniosku o zbieżności optymalnej polityki monetarnej do reguły Friedmana (stała stopa wzrostu podaży pieniądza — co jest przykładem pasywnej polityki), gdy występuje niepewność dotycząca efektów bezpośrednich, tzn. gdy wariancja mnożników bezpośrednich staje się duża. Jednak gdy niepewność koncentruje się na przejściowych efektach dynamicznych (inercja), optymalna polityka powinna być bardziej aktywna niż wyznaczona dla warunków braku niepewności. Söderstrom zakładał, że optymalna decyzja (w tym ćwiczeniu jest to trajektoria instrumentów, a nie reguła) wynika z minimalizacji kwadratowej funkcji straty, w której penalizuje się oczekiwane odchylenia inflacji oraz produkcji od jej pożądanych wartości — jest więc bardziej rozbudowana niż (7). Gospodarkę opisuje dynamiczny liniowy model o standardowej specyfikacji (wzorowanej na modelu Svenssona). Wnioski — zbliżone do już cytowanych — autor uzyskał, posługując się technikami symulacji. W badaniu Shuetrima i Thompsona minimalizowana przez decydenta funkcja celu uwzględniała także wahania instrumentu. Ponownie, metodą badań były symulacje numeryczne, przy czym w pierwszym kroku sięgnięto po bardzo prosty model teoretyczny o specyfikacji wzorowanej na problemie Brainarda; w drugim zamiast modelu teoretycznego autorzy wykorzystali model gospodarki Australii.

[6] Por. von zur Muehlen [2001].
[7] Wnioski Crane'a cytujemy za von zur Muehlenem [2001].

Wszystkie te ćwiczenia pozwoliły na sformułowanie ogólniejszych wniosków. Jeśli niepewność dotyczy wyłącznie związku między instrumentem a celem (mnożnika bezpośredniego), to — mimo rozbudowywania funkcji straty i konstrukcji bardziej wyrafinowanych dynamicznych modeli opisujących gospodarkę itp. — zasada konserwatyzmu znajduje swoje racjonalne jądro. Gdy jednak pojawia się niepewność co do dynamiki, stosowana polityka monetarna winna być bardziej agresywna niż w warunkach braku niepewności. Przede wszystkim, jeżeli bank centralny przykłada jakakolwiek wagę do stabilizacji produkcji, niepewność dotycząca inercji powinna prowadzić do wzrostu wartości parametrów reguły. Zarówno zasada konserwatyzmu, jak i jej uzupełnienia mają intuicyjną interpretację. W gospodarce, w której efekty opóźnione (inercja) nie występują, ale nie jesteśmy pewni, jak silny jest wpływ instrumentu na zmienną opisującą cel, podejmowana interwencja powinna być ostrożna. Oczywiście, ostrożność interwencji oznacza także jej dłuższe trwanie. Jeśli głównym źródłem niepewność są efekty inercyjne (opóźnione), należy działać tak, aby zmniejszyć niepewność w kolejnych okresach, co oznacza agresywną interwencję dziś. Interwencja ta powinna sprowadzić zmienną, której sterowanie dotyczy, jak najbliżej celu, zanim pojawią się słabo przewidywalne, opóźnione efekty. W przypadku łącznego występowania niepewności efektów bezpośrednich i inercji nie można sformułować jednoznacznych wniosków[8]. Jednak zdaniem von zur Muehlena, gdy pojawią się jednocześnie oba typy niepewności, nawet narastanie wariancji mnożników bezpośrednich nie usprawiedliwia pasywnej polityki. W omawianych przypadkach niepewność nie ma charakteru addytywnego, dlatego zasada równoważności (warunkom braku niepewności) przestaje obowiązywać — istotę argumentów przedstawia rozwiązania podane w przypisie 5.

2.3. Niepewność danych

To, iż większość danych ekonomicznych mierzonych jest niedokładnie, jest oczywiste dla wszystkich zajmujących się badaniami empirycznymi. Kolejne rewizje publikowanych danych, zdarzające się niemal co miesiąc, wyraźnie sugerują, że choćby dotrzymanie samych zasad pomiaru kategorii ekonomicznych stanowi problem nawet wtedy, gdy zmienna podlegająca pomiarowi jest bezpośrednio obserwowalna i mierzalna. Problemem jest także adekwatność metody pomiaru, a więc to, czy wyznaczona zgodnie z przyjętą wcześniej procedurą wartość poprawnie charakteryzuje stan (lub zmianę stanu) badanego aspektu rzeczywistości gospodarczej. Wątpliwości dotyczą nie tylko zmiennych „ukrytych" typu: naturalna stopa bezrobocia, NAIRU, stopa procentowa równowagi, inflacja bazowa czy luka podażowa, ale także za-

[8] Zauważmy, iż wnioski dotyczące postępowania w warunkach niepewnych parametrów obarczone są wadą stałości wiedzy decydenta. Rozpatrywane powyżej przypadki sugerują jednak, że decydent się nie uczy. Jak sugerują np. Onatski i Stock [2000], powyższe wnioski są wrażliwe na takie założenie.

miennych o fundamentalnym charakterze (stopa wzrostu cen dóbr konsumpcyjnych czy produkt krajowy brutto). Nie można mieć pewności, czy dane, którymi dysponujemy, zostały wyznaczone zgodnie z regułami sztuki (tzn. nie będą korygowane) i czy zastosowana metoda może trafnie wychwycić stan obiektu. Niepewność danych towarzyszy zatem procesom diagnozowania i procesowi decyzyjnemu[9].

Orphanides [1998] — koncentrując się na rewizjach danych — próbował przeanalizować skutki polityki monetarnej w USA prowadzonej na podstawie nieprecyzyjnych danych. Istota analizy sprowadzała się do wyznaczenia optymalnej (efektywnej) reguły decyzyjnej, gdy funkcja straty S uwzględniała ważoną wariancję odchyleń stopy inflacji od celu ($\pi_t - \pi^*$) oraz wariancje luki podażowej (y_t), a model M składał się z dwóch równań: równania krzywej Phillipsa oraz równania krzywej IS, tzn.[10]:

$$S = \lambda Var\left(\pi_t - \pi^*\right) + (1-\lambda) Var\left(y_t\right) \to \min \tag{11}$$

$$\begin{cases} \pi_t = \pi_{t-1} + \alpha y_{t-1} + e_t \\ y_t = \rho y_{t-1} - \xi\left(r_{t-1} - r^*\right) + u_t \end{cases} \tag{12}$$

Rozwiązaniem problemu optymalizacyjnego — w warunkach, gdy dane są precyzyjne — jest reguła opisująca odchylenia realnej stopy procentowej (r_t) od stopy równowagi (r^*):

$$r_t - r^* = \gamma^N\left(\pi_t - \pi^*\right) + \delta^N y_t \tag{13}$$

gdzie: $\gamma^N = \dfrac{-\alpha\lambda + \sqrt{4(1-\lambda)\lambda + (\alpha\lambda)^2}}{2(1-\lambda)\xi}$ i $\delta^N = \dfrac{\rho}{\xi}$

Jednak inflacja oraz luka mierzone są z błędem. Wówczas — oznaczając falką zmienne obserwowane (a więc obarczone błędem) — uzyskujemy:

$$\pi_t = \tilde{\pi}_t + x_t \quad \text{i} \quad y_t = \tilde{y}_y + z_t$$

Analizując dane historyczne dla USA, Orphanides uznał, że błąd x ma średnią zero i nie wykazuje autokorelacji, natomiast błąd z — choć również ma zerową średnią należy aproksymować procesem AR(1). Po oszacowaniu parametrów rozkładu x procesu AR(1) opisującego z oraz wpisanego w problem decyzyjny modelu (12) przeprowadzono szereg ćwiczeń kontrfaktualnych[11].

---

[9] Analizy teoretyczne oparte na prostych modelach — a tylko w takich przypadkach można uzyskać wnioski, nie sięgając po metody numeryczne — nie dają jednoznacznej wskazówki, co czynić, gdy stajemy w obliczu niepewności danych. Por. np. [von zur Muehlen, 2001].

[10] Por. Orphanides [1998, s. 7–9].

[11] Szacując parametry strukturalne modelu (11), wykorzystano dane ostateczne i traktowano je jak dokładne. Uzyskane oceny parametrów także uznano za pozbawione niepewności. Zauważmy, że z powodu pojawienia się autokorelacji błędu pomiaru luki nie znajduje zastosowa-

Ćwiczenia te dotyczyły efektywności polityki przy różnych założeniach dotyczących stosunku decydenta do niepewności danych, a poszukiwano reguł efektywnych (liniowych z dobranymi optymalnie parametrami), tzn. wyznaczenia parametrów γ i δ reguły (13) z uwzględnieniem błędów pomiaru oraz ich właściwości stochastycznych. Szacunki parametrów reguły przeprowadzono dla kilku stopni niepewności danych: niepewność równa jeden oznaczała odchylenia standardowe procesów x oraz składnika losowego procesu AR(1) opisującego błąd z, wyestymowane z danych; niepewność równa dwa zwiększała odchylenia standardowe dwukrotnie, zero oznaczało brak niepewności. I tak, zignorowanie niedokładności danych (mechaniczne zastosowanie zasady równoważności) jest — w grupie przedstawionych eksperymentów — najmniej efektywną strategią postępowania. Uwzględnienie niepewności powodowało spadek wartości parametrów γ i δ wraz ze wzrostem stopnia niepewności danych, co można uznać za wskazówkę, by unikać agresywnych reakcji, gdy dane będące podstawą decyzji są niepewne. Wniosek ten doskonale uzupełnia zasadę konserwatyzmu Brainarda, aczkolwiek uzyskano go dla specyficznych warunków gospodarki USA (w tym charakterystyk błędów x i z).

W kolejnej pracy dotyczącej problematyki niepewności danych Orphanides i in. [1999] skoncentrowali się na niedokładności pomiaru luki podażowej. Jakkolwiek w analizach polityki monetarnej pojęcie luki podażowej wydaje się fundamentalne, trudno sformułować klarowną definicję, co sprawia, że bardziej zastosowana metoda pomiaru niż analizy teoretyczne wskazują treść tego terminu. Biorąc pod uwagę wrażliwość procedur pomiaru na rewizje danych, można mieć wątpliwości, czy opieranie decyzji na takich danych ma jakikolwiek sens. Sam fakt umieszczania w regule *K* luki podażowej (nawet wtedy, gdy waga $\lambda \to 1$) wynika z cytowanego rozwiązania (13) problemu (11)–(12). Nietrudno podać także ekonomiczną interpretację niezbędności pojawiania się luki w regule stopy procentowej. Przy zdefiniowanych w modelu związkach między instrumentem i celem oraz ich opóźnieniach (stopa procentowa$_t$ → luka podażowa$_{t+1}$ → inflacja$_{t+2}$), obserwacja stanu luki podażowej pozwala na jeden okres wcześniej zidentyfikować zagrożenia inflacyjne (z dokładnością do bieżącego składnika losowego). Wykorzystanie informacji o wielkości luki podażowej przy zmianach stopy procentowej oznacza skrócenie opóźnień: absorpcja zaburzeń jest dzięki temu szybsza. W tym sensie specyfikacja oryginalnej formuły Taylora ma walor optymalności, ale proponowane wartości parametrów już nie.

Porównanie skuteczności polityki monetarnej (mierzonej wariancją inflacji i produkcji wokół ich pożądanych wartości) opartej na regule o strukturze (13) i różnych (nieoptymalnych) wartościach parametrów γ i δ daje jednoznaczne wyniki[12]. Gdy pominiemy problem niepewności pomiaru luki i wyeli-

---

nia zasada separowalności. Optymalna reguła wymaga rozwiązania zadania z dodatkową zamienną stanu z. Z tego względu rozwiązanie (13) nie ma waloru optymalności.

[12] Wyniki cytujemy za [Orphanides i in. 1999].

minujemy y z reguły ($\delta = 0$), zmienność zarówno inflacji, jak i produkcji będzie większa niż przy $\gamma > 0$. Dopiero po przekroczeniu przez δ pewnej wartości ujawnia się zamienność: można zmniejszać wariancję produkcji, ale kosztem zwiększenia wariancji inflacji. Uwzględnienie błędów pomiaru luki nie zmienia istoty wniosków — pominięcie zmian luki podażowej w regule decyzyjnej powiększa zarówno zmienność produkcji, jak i inflacji. Wnioski te uzyskano jednak, eksperymentując z modelem gospodarki USA FRB/US, tzn. nie był to prosty układ opisany przez (12). Można więc utrzymywać, że sięgnięto po regułę, która nie ma walorów optymalności (lub choćby efektywności). Kontynuując poszukiwania, cytowani autorzy zaproponowali więc bardziej rozbudowaną postać (liniowej) reguły stopy procentowej, która uwzględniała — między innymi — efekty inercji oraz poziom stopy procentowej w warunkach równowagi, a — dla zadanej wagi λ — parametry reguły optymalizowano. Teraz wynikająca z reguły polityka (dla danego λ) prowadzi do minimalnej wartości funkcji straty, ale wnioski nie są już tak jednoznaczne, przede wszystkim nie można zmniejszyć jednocześnie wariancji inflacji i wariancji produkcji, uwzględniając lukę w regule. Przy braku niepewności danych, jak i w warunkach błędów pomiaru luki istnieje zamienność: można zmniejszyć wariancję produkcji kosztem zwiększenia wariancji inflacji; istnieje także poziom wariancji produkcji, poniżej którego nie można zejść. Zmniejszanie wariancji inflacji wiąże się z kosztami — gdy próbuje się utrzymać wahania na bardzo niskim poziomie, trzeba się liczyć z rosnącą bardzo szybko (bardziej niż proporcjonalnie) zmiennością produkcji. Ujmując problem z przeciwnego punktu widzenia, można powiedzieć, celowe wydaje się zaakceptowanie wyższej o kilka procent wariancji inflacji, aby zmniejszyć wariancję produkcji kilkakrotnie. Wniosek ten jest aktualny zarówno w przypadku precyzyjnego pomiaru luki, pomiaru luki z zanotowanym w przeszłości błędem, jak też przy zignorowaniu problematyki niepewności. Podsumowując uzyskane wnioski, można powiedzieć, iż niepewność pomiaru luki podażowej nie może być powodem eliminacji tej zmiennej z reguły decyzyjnej.

Do podobnych wniosków doszedł Smets [1998], który eksperymentował z liniowym modelem gospodarki USA o bardziej rozbudowanej postaci niż (12), głównie z uwagi na bogatszą dynamikę. Elementem estymowanym w ramach tego modelu była także luka podażowa (jako nieobserwowalna składowa), funkcja straty S penalizowała wariancję inflacji, produkcji oraz wariancję instrumentu. Dysponując oszacowanym modelem oraz funkcją straty S, Smets wyznaczył szereg reguł: optymalną oraz kilka prostych reguł efektywnych z uwzględnieniem niepewności pomiaru luki oraz z pominięciem tego aspektu. Porównanie wartości parametrów charakteryzujących wpływ luki na stopę procentową w odpowiadających sobie regułach pokazało, że uwzględnienie niepewności prowadzi do zmniejszenia wartości absolutnej parametru. Szczególnie duże różnice w wartościach ujawniły się dla prostych reguł efektywnych, są one znacznie bardziej wrażliwe na niepewność pomiaru luki niż reguły optymalne. Przy dużej niepewności nie można wykluczyć zerowych wartości parametrów.

Zbliżony aspekt problemu był przedmiotem analiz Estrelli i Mishkina [1999], którzy — zamiast luki podażowej — badali rolę NAIRU w regule polityki monetarnej. Zarówno luka, jak NAIRU są zmiennymi, których precyzyjna definicja i pomiar stwarzają zasadnicze problemy, ale posiadają ważny walor z punktu widzenia polityki pieniężnej — antycypują inflację. Z szeregu wniosków uzyskanych w cytowanym badaniu — z punktu widzenia niepewności danych — podstawowy głosi, iż niepewność co do rzeczywistego poziomu NAIRU nie ma wpływu na kształtowanie polityki monetarnej (chociaż zmniejsza jej efektywność), co przypomina sformułowane powyżej tezy Orphanidesa (i in.) i Smetsa. Zdaniem Estrelli i Mishkina niepewność poziomu NAIRU nie daje jednak podstawy do mniej aktywnej reakcji stopy na pojawiające się zaburzenia.

3. Niepewność Knighta — błąd specyfikacji modelu

3.1. Niepewność Knighta — sformułowanie problemu

Zasadniczą cechą prezentowanych poprzednio przypadków było poszukiwanie takiej polityki (wartości instrumentów), która minimalizuje wartość oczekiwaną kwadratowej funkcji straty danej przez (1). Rozwiązanie problemu optymalizacji — od strony czysto technicznej — wymaga wiedzy o rozkładach (momentach rozkładu) elementów losowych pojawiających się w modelu M. Oznacza to jednak, że jednoznacznie zidentyfikowano wszystkie „niepewne" komponenty modelu i wykluczono ewentualne inne defekty. Bayesowskie ujęcie niepewności wymaga więc znacznej wiedzy. Konkurencyjna metoda postępowania — odwołująca się do idei F. Knighta — pozwala brać pod uwagę niedokładności parametrów i danych, nie przypisując im jednak rozkładu prawdopodobieństwa, uwzględniane mogą być także bardziej ogólne defekty modelu: pominięte zmienne, błędne rozkłady opóźnień, błędy postaci analitycznej.

Metodę postępowania w przypadku niepewności w sensie Knighta oraz formy takiej niepewności definiuje się następująco[13]. Niech x będzie wektorem zmiennych stanu, którego ewolucję opisuje równanie:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + \nu_{t+1} \tag{14}$$

gdzie: u — jest wektorem instrumentów, ν — wektorem losowych zaburzeń. Decydent jest ograniczony do polityki zapisanej w postaci liniowej reguły:

---

[13] Definicje zaczerpnięto z pracy Tetlowa i von zur Muehlena [2000]. Zbliżone podejście przedstawia Onatski i Stock [2000] — przykładając jednak większą wagę do charakteryzowanej w dalszej części pracy niepewności strukturalnej, zob. także [Hansen i Sargent 2000], [Tetlow i von zur Muehlen 2001].

$$u_t = Kx_t \tag{15}$$

zatem przedmiotem poszukiwań jest wektor K. Zakłada się, że zmienne, w stosunku do których definiuje się cele (zmienne celu), zebrano w wektor T, a zatem:

$$T_t = M_x x_t + M_u u_t = M_x x_t + M_u\left(Kx_t\right) = Mx_t \tag{16}$$

gdzie: $M = M_x + M_u K$

Dla ustalenia uwagi przyjmiemy, że funkcja straty S jest kwadratowa, a jej definicja pozwala wyeliminować z zapisu i rozważań element pośredni — zmienne celu T — w efekcie czego pojawiają się zmienne wyników z, tzn.:

$$S_t = z'_t z_t = x'_t H' H x_t = T'_t Q T_t \tag{17}$$

gdzie $\begin{array}{l} \mathrm{H} = \mathrm{Q}^{1/2} M \\ z_t = Hx_t \end{array}$

W powyższym zapisie wagi funkcji celu zawiera diagonalna macierz Q. Biorąc pod uwagę powyższe definicje, funkcja kryterium problemu decyzyjnego ma postać[14].

$$V_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t S_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta' z'_t z_t \tag{18}$$

Proponowana postać równania (14), opisującego ewolucję x, nie wyklucza występowania zmiennych antycypacyjnych, w związku z tym — zakładając jednoznaczność rozwiązania problemu oczekiwań antycypacyjnych oraz przy danym K — wyznaczamy postać zredukowaną modelu:

$$x_{t+1} = \Pi x_t + Cv_{t+1} \tag{19}$$

Model (19) pozwala na zdefiniowanie dwóch typów niepewności w sensie Knighta: strukturalnej i astrukturalnej. Niepewność jest reprezentowana przez macierz Δ^{Π} obejmującą wszystkie mieszczące się w takiej postaci formy błędów specyfikacji. Ostatecznie mamy:

$$x_{t+1} = \begin{cases} \left(\Pi(L) + \Delta^{\Pi}\right)x_t + Cv_{t+1} & \text{(a)} \\ \text{lub} & \\ \Pi x_t + \left(Cv_{t+1} + \Delta^{\Pi} x_t\right) = \Pi x_t + \omega_{t+1} & \text{(b)} \end{cases} \tag{20}$$

Wariant (20a), rozróżniający niepewność odnoszoną do parametrów i zaburzenia losowego, to niepewność strukturalna w sensie Knighta, wariant

[14] Dalsze definicje zakładają dyskonto równe jeden, co oznacza przeskalowanie wektora z dyskontem.

(20b) całą niepewność wkłada w jeden addytywny składnik — jest to niepewność astrukturalna.

3.2. Niepewność astrukturalna

Zgodnie z powyższym określeniem niepewność astrukturalna traktowana jest jak dodatkowy addytywny element ω_t, element ten — w ogólnym przypadku zależny od zmiennych stanu x oraz reguły polityki K — powinien wychwycić skutki pominiętych zmiennych, błędy parametrów oraz klasyczne zaburzenie[15]. Poszukiwanie rozwiązania takiego problemu prowadzi się w ramach dwuosobowej gry: decydent–natura, w której zaburzenie ω_t jest pod kontrolą n a t u r y, tzn. nie ma charakteru losowego, natura wybiera ciąg $\{\omega_t\}$, przyjmując politykę decydenta za daną, a decydent wybiera postać sprzężenia zwrotnego (reguły) K. Poszukiwanym rozwiązaniem jest równowaga Nasha. Tego typu grę opisuje zadanie optymalizacji warunkowej: doboru takiego K przez decydenta, aby zminimalizować straty, oraz takiego ω_t przez naturę, aby te straty maksymalizować, tzn.:

$$\min_{K} \max_{\omega_t} \sum_{t=0}^{\infty} z'_t z_t \tag{21}$$

przy warunku

$$\sum_{t=0}^{\infty} \omega'_t \omega_t \leq \eta^2 + \omega'_0 \omega_0 \ \text{ i } \ x_0 = \omega_0 \tag{22}$$

gdzie: parametr η, określając możliwą (dopuszczalną) skalę niepewności, pozwala na uwzględnienie dodatkowego przypadku, w którym decydent obok addytywnego zaburzenia zwraca uwagę także na wartości początkowe ω_0 gry. Dla $\eta = 0$ problem redukuje się do wariantu równoważności z brakiem niepewności.

Prezentacja metod rozwiązywania zadania (21)–(22) wykracza poza cel niniejszego opracowania[16], dlatego poprzestaniemy na kilku ogólnych uwagach odwołujących się do intuicji. Pierwsze spostrzeżenie, jakie można uczynić, dotyczy metody pomiaru wielkości zaburzenia ω i ograniczenia skali tego zaburzenia. Proponowana w (22) postać ogranicza sumę kwadratów (wahania), tzn. proponuje pomiar zaburzenia normą typu l_2. Możliwe jest także ograniczenie maksymalnego zaburzenia (maksymalna wartość absolutna nie większa niż), co oznaczałoby pomiar zaburzenia normą typu l_∞. A zatem, formułując problem decyzyjny, nie jesteśmy ograniczeni do postaci (22). Rozważenia wymaga także postać funkcji celu, dokładniej sposób pomiaru strat i wrażliwości decydenta na straty. Ponownie postać (21) z normą typu l_2 jest

---

[15] Formalnie rzecz biorąc, składnik taki zawiera losowy komponent. Aby nie komplikować rozważań, pomijamy ten aspekt zagadnienia. Postać zadania uwzględniającą losowość zaburzenia podaje Onatski i Stock [2000].

[16] Odpowiednie procedury postępowania przedstawiają np. Hansen i Sargent [2001].

jedną z możliwych konwencji pomiaru. Decydent, zamiast kwadratowej funkcji straty, może wybrać np. normę typu l_∞. W takim przypadku poszukuje się polityki odpornej nie tyle na przeciętne odchylenia zmiennych od celu, ile na odchylenia krańcowe — politykę odporną na krańcowo niekorzystny zbieg okoliczności[17]. Drugie spostrzeżenie dotyczy relacji między zaburzeniem i celem. Biorąc pod uwagę (20b) i (17), można wyznaczyć zależność między zaburzeniem ω_t oraz zmienną wyników z:

$$z_{t+1} = H(I - \Pi L)^{-1}\omega_t \equiv G\omega_t \tag{23}$$

Z punktu widzenia decydenta funkcja G powinna być „jak najmniejsza", przy czym „wielkość" funkcji mierzona jest także normą. Norma ta jest i n d u k o w a n a przez normę zaburzenia, normę funkcji straty S oraz wielkość parametru η. Rozwiązania problemu odpornego sterowania klasyfikowane są przez typ indukowanej normy, a poszukiwaną regułę decyzyjną uzyskuje się poprzez minimalizację (poszukiwanie kresu dolnego) indukowanej normy funkcji G.

3.3. Niepewność strukturalna

Jeżeli zaburzenia oddziałujące na model zostały rozbite na część będącą czystym zaburzeniem oraz część wynikającą z błędu specyfikacji, tak jak to zapisano w (20a), mamy do czynienia z niepewnością strukturalną w sensie Knighta. Głównym przedmiotem zainteresowania stają się teraz cechy Δ^Π i tak jak poprzednio charakteryzująca niepewność macierz Δ^Π musi być mierzona odpowiednią normą[18]. W najprostszym przypadku elementami Δ^Π są skalary, ale nie wyczerpuje to wszystkich możliwości[19], dlatego sprecyzowanie metody pomiaru wielkości błędu (normy) oraz jego wartości granicznych, jest pierwszym krokiem formułowania problemu. W celu bliższego określenia cech Δ^Π próbuje się najpierw określić cechy „bloku zaburzeń" Δ takiego że $\Delta^\Pi \in \Delta$, oraz cechy zbioru D_r, którego elementem jest Δ. W przypadku ogólnym zbiór ten definiuje się jako:

$$D_r = \left\{ \Delta : \left\| \frac{\Delta^\Pi_{ij}}{\delta_{ij}} \right\| < r \right\} \ \text{i} \ r \le \bar{r} < \infty \tag{24}$$

[17] Uwzględnienie przypadku z ograniczeniem zaburzenia przez normę l_∞ z funkcją straty opartą na normie l_∞ (co prowadzi do poszukiwania polityki odpornej na krańcowe zaburzenia) wymagałoby zapisania zadania w postaci: $\min\sup\|z\|_\infty$ przy warunku $\|\omega\|_\infty < \eta^2$.

[18] Δ^Π jest definiowana jest bez użycia zmiennych stanu x i w formalnym sensie jest operatorem.

[19] Przypadek LTI-skalar (liniowe zaburzenie, stałe w czasie) obejmuje pojedyncze zmiany wartości parametrów, w tym zmiany strukturalne, przypadek LTI-MA uznawany jest za właściwy, gdy błąd może dotyczyć struktury opóźnień modelu. Możliwe są także przypadki zmiennego w czasie liniowego zaburzenia (LTV) oraz zaburzenia nieliniowego stałego (NTI) i zmiennego w czasie (NTV). Przykłady podają Onatski i Stock [2000].

gdzie r — promień charakteryzujący maksymalne dopuszczalne zaburzenie, δ_{ij} — skalar przypisywany do każdego elementu $\Pi(L)$, Δ — macierz diagonalna, tzn. $\Delta = \operatorname{diag}\left(\Delta^{\Pi}_{ij} / \delta_{ij}\right)$. Utrzymując interpretację zagadnienia jako dwuosobowej gry decydent–natura, uzyskujemy zadanie postaci[20]:

$$\min_{K} \sup_{\Delta^{\Pi} \in D_r} \|z\|_p \text{ przy ograniczeniu (20a)} \tag{25}$$

Istnienie jeszcze jeden interesujący aspekt problemu. Rozwiązaniem (25) powinna być reguła K gwarantująca „stabilność” (realizację założonego celu). Uwzględnienie tego postulatu prowadzi do zmiany roli promienia r (ograniczającego „wielkość” zaburzenia) w całym zadaniu — r jest teraz wynikiem obliczeń, a nie założeniem. Inaczej rzecz ujmując — rozwiązując (25), należy wyznaczyć nie tylko regułę K, ale również promień r (wielkość graniczną), przy którym — dla danego K — model traci stabilność. W ten sposób uzyskuje się dwie informacje: jaka ma być polityka i jakie są granice jej odporności. Oczywiście — ogólnie rzecz biorąc — promień r zależy od typu zaburzeń; przy problemie NTV, który nakłada najmniejsze ograniczenia na zaburzenia — promień jest najmniejszy. Dalsze szczegóły techniczne prezentują Onatski i Stock [2000] oraz Tetlow i von zur Muehlen [2000].

3.4. Wnioski z empirycznych zastosowań

Zastosowania empiryczne aparatury sterowania odpornego miały w tle prezentowaną już zasadę konserwatyzmu Brainarda (lub inne problemy z niepewnością bayesowską). Ćwiczenia prowadzono (między innymi) na dwóch — relatywnie prostych — modelach empirycznych: modelu Rudebuscha i Svenssona [Onatski i Stock, 2000]) oraz stylizowanym modelu opartym na ideach Fuhrera i Moora [Tetlow i von zur Muehlen, 2000][21]. Empiryczne zastosowania idei odpornego sterowania są jeszcze nieliczne, dlatego z szeregu wniosków formułowanych przez wymienionych autorów zacytujemy jedynie te, które się powtarzają, zastrzegając, iż nie zostały potwierdzone w zbyt wielu badaniach innych autorów. I tak, obserwowaną prawidłowością jest agresywna polityka, gdy niepewność ma charakter astrukturalny, i pasywna, gdy niepewność jest bardziej szczegółowo ulokowana. Im więcej „struktury” w niepewności Knighta, tym pasywniejsze reakcje[22]. Wniosek ten dotyczy także porównania reguł odpornych i reguł optymalnych — przy astrukturalnej niepewności Knighta reakcje na zaburzenia są gwałtowniejsze. Z drugiej strony, porównania reguł odpornych uzyskanych dla niepewności struktural-

---

[20] Onalski i Stock [2000] zauważają, że w większości przypadków rozwiązanie takiego problemu nie istnieje, dlatego dobieranie postaci zaburzeń oraz norm podlegają pragmatycznym ograniczeniom.

[21] W pracy Hansena i Sargenta [2000] znajdują się także badania oparte na modelu Balla.

[22] W kolejnej pracy Tetlow i von zur Muehlen [2001] wyznaczyli regułę odporną, a następnie zastosowali ją w ćwiczeniach kontrfaktualnych — wyniki okazały się gorsze niż uzyskano w historii.

nej z regułą optymalną (dla zadania z liniowym modelem, kwadratową funkcją celu i brakiem niepewności) zdają się potwierdzać zasadę konserwatywnych reakcji — reguły odporne sugerują słabsze reakcje na zaburzenia. Tetlow i von zur Muehlen sugerują także, iż reguły odporne ze strukturalną niepewnością przypisywaną inercji są relatywnie bliskie regułom estymowanym na danych historycznych.

4. Pragmatyczne metody przeciwstawiania się niepewności

4.1. Niepewność modelu (paradygmatu)

Kolejny wątek badań — zagadnienia polityki monetarnej w warunkach niepewności — dotyczy bardziej ogólnego rozumienia niepewności modelu. Jak już wspomniano, częstym problemem w badaniach empirycznych jest niemożliwość sfalsyfikowania konkurencyjnych paradygmatów. W konsekwencji uzyskujemy więcej niż jeden opis gospodarki wyprowadzany z różnych (nawet sprzecznych) podstaw teoretycznych. Co prawda współczesna metodologia modelowania ekonometrycznego dostarcza testów pozwalających sprawdzić, który z kilku modeli jest lepszy (tzn. posiada wszystkie zalety swoich konkurentów, oferując dodatkowo coś więcej), jednak w grupie modeli używanych do wspomagania polityki makroekonomicznej znaczący odsetek stanowią wyprowadzane z zadania optymalizacji dynamicznej reprezentatywnej jednostki modele kalibrowane, dla których kryteria „zgodności z danymi” są nieco ezoteryczne[23]. Modele te nie podlegają standardowym procedurom weryfikacji ekonometrycznej. Mamy więc kilka konkurencyjnych modeli, a zadaniem badacza jest dobór dobrej polityki bez względu na to, który z modeli lepiej odpowiada rzeczywistości — polityki odpornej na niepewność paradygmatu modelu[24].

Eksperymenty w tej dziedzinie prowadzili Levine i in. [1999], którzy testowali szereg spotykanych w literaturze prostych reguł stopy procentowej, używając czterech empirycznych modeli gospodarki USA. Wszystkie cztery modele opisywały antycypacyjne zachowania podmiotów gospodarczych. Każdy

[23] Termin „kalibracja” jest jednym z bardziej tajemniczych we współczesnej ekonomii. Mianem tym określa się zarówno ćwiczenia numeryczne polegające na podstawieniu do złożonej funkcji „zdroworozsądkowych” argumentów i parametrów, by zorientować się w rzędzie wielkości wartości funkcji, znakach jej pochodnych (por. Romer [1999]), ale też i wyrafinowane procedury numeryczne, których celem jest dobranie wartości parametrów modelu zgodnie z przyjętym kryterium (np. minimalizacja różnic między spektrum rzeczywistych danych i tych, które uzyskuje się w efekcie symulacji dla wybranych częstotliwości spektralnych — por. [Favero, 2001].

[24] Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na argumenty Simsa [2001], który — po przeanalizowaniu badań nad odpornymi regułami — zauważył, że zanim zastosuje się wyrafinowaną aparaturę, podejmuje się szereg decyzji dotyczących fundamentalnych cech modelu. Na przykład, fundamentalną cechą jest istnienie lub brak długookresowej zamienności między produkcją i inflacją (hipoteza pionowej długookresowej krzywej Phillipsa): w szeregu ćwiczeń cecha ta jest narzucona na model, a badanie niepewności koncentruje się na parametrach charakteryzujących jedynie efekty krótkookresowe.

z modeli autorzy badania sprowadzili do wersji liniowej, a następnie wyznaczyli ich postaci zredukowane odpowiadające jednoznacznemu rozwiązaniu modelu z racjonalnymi (zgodnymi z modelem) antycypacyjnymi oczekiwaniami. Poszukując optymalnej polityki, rozwiązywano zadanie optymalizacyjne z funkcją celu typu (11) przy warunkach pobocznych definiowanych przez odpowiedni model. Konwencja badania przypominała bayesowską interpretację niepewności. Niestandardowo potraktowano jedynie wahania instrumentu — przyrostu nominalnej stopy procentowej (Δi). Zamiast umieszczać wahania stopy w funkcji celu, wprowadzono twardą restrykcję w postaci warunku pobocznego — zmienność przyrostu stopy procentowej ograniczono parametrem k. Wartość parametru k ustalono dla każdego modelu osobno. Używając danych historycznych, oszacowano metodami ekonometrycznymi funkcję reakcji (empiryczną regułę stopy procentowej), a następnie zastosowano ją do każdego z modeli, aby określić — warunkowaną specyficznymi cechami modeli oraz zawartymi w funkcji reakcji doświadczeniami historycznymi — zmienność stopy procentowej — to jest właśnie wartość k.

Zadanie optymalizacyjne rozwiązywano dla różnych wartości parametru λ. Jako poprawne wyniki traktowano wyłącznie jednoznaczne i stabilne rozwiązania modelu. Efektem obliczeń było (między innymi) określenie — dla całego przedziału zmienności λ — najmniejszych, możliwych do osiągnięcia wahań inflacji oraz produkcji. Wartości te stanowiły granicę skuteczności polityki monetarnej. Sformułowane wnioski dotyczyły wielu zagadnień. Dla przykładu, bardziej rozbudowane reguły (większa liczba zmiennych czynników branych pod uwagę w regule) nie dają radykalnie lepszych rezultatów w stosunku do typowej reguły dwu–trzyczynnikowej (inercja, inflacja, produkcja) — bardziej wyrafinowane reguły intensywniej wykorzystują specyficzne cechy poszczególnych modeli, co odbiera im walor „odporności" na niepewność paradygmatu. Mimo wpisania w modele antycypacyjnych zachowań podmiotów umieszczanie w regule oczekiwanej (zgodnej z modelem) inflacji lub/i oczekiwanej luki także nie daje radykalnie lepszych rezultatów, co przeczy popularyzowanej między innymi przez Svenssona tezie o konieczności budowy reguł antycypacyjnych.

W dyskusjach o polityce (monetarnej) często używany jest argument, iż opóźnienia, z jakim spływają dane, ograniczają adekwatność decyzji. Konsekwencje oparcia decyzji (polityki) na zdezaktualizowanych informacjach także zostały w omawianym studium przeanalizowane. Umieszczenie w regule wyłącznie opóźnionych zmiennych sprawiło, że wynikające z reguły decyzje opierały się właśnie na nieaktualnych już danych. Uzyskane wyniki sugerują, iż opóźnienie rzędu jednego kwartału nie niesie ze sobą radykalnego pogorszenia efektywności polityki. Ten efekt jest jednak skutkiem bardzo dużej inercji inflacji i produkcji w gospodarce USA. Wracając do zasadniczego pytania, autorzy doszli do wniosku, że z szeregu przebadanych reguł dwie —

mając bliskie „optymalności” cechy — dają zbliżone wartości funkcji kryterium dla wszystkich modeli[25]:

$$\Delta i_t = 1{,}3(\pi_t - \pi^*) + 0{,}6y_t \quad \text{oraz} \quad \Delta i_t = 0{,}8(\pi_t - \pi^*) + 1{,}0y_t$$

Zagadnienie antycypacyjnych reguł polityki monetarnej w warunkach niepewności modelu stało się przedmiotem osobnego badania cytowanych autorów (por. [Levine i in., 2001]), ale sformułowany powyżej wniosek nie zmienił się — korzyści z zastosowania (optymalnych) reguł antycypacyjnych są umiarkowane (spadek wartości funkcji straty o ok. 10%). Stosując analogiczną metodologię oraz poddając eksperymentom te same modele, uzyskano jednak kilka dodatkowych wniosków. Zauważono przede wszystkim, że gdy stopa procentowa reaguje na przyszłe (oczekiwane racjonalnie) wartości inflacji i luki podażowej, problemem może być niejednoznaczność rozwiązania modelu. Zarówno inercja stopy, jak pojawianie się luki w regule są czynnikami „ułatwiającymi” uzyskanie jednoznaczności. Zachowująca się najlepiej reguła uzależniała zmiany stopy od dzisiejszej luki oraz przyszłej inflacji (optymalne wyprzedzenie wyniosło 4 kwartały). Wybrane przez autorów parametry pozwoliły na sformułowanie odpornej na niepewność modelu reguły:

$$\Delta i_t = 1{,}4(\pi^m_{t+4} - \pi^*) + 0{,}4y_t$$

gdzie π^m_{t+4} — jest średnią ruchomą z kolejnych czterech kwartałów stopy inflacji.

4.2. Przedziałowy cel inflacyjny

W krajach, w których bank centralny zdecydował się na stosowanie strategii bezpośredniego celu inflacyjnego, tzn. systematycznie deklaruje poziom inflacji, który będzie punktem odniesienia dla wszystkich decyzji dotyczących polityki monetarnej, metodą postępowania z niepewnością jest wyznaczanie celu przedziałowo. Jest to — oczywiście — forma deklarowania preferencji decydenta, jednak — biorąc pod uwagę stochastyczny charakter procesów gospodarczych, nieprzewidywalność oraz praktyczną niemożliwość ich kontrolowania z punktową dokładnością — nie będzie nadużyciem stwierdzenie, iż cel definiowany przedziałowo jest rutynową reakcją decydentów na niepewność.

---

[25] Fakt, iż odporne na niepewność modelu reguły opisują przyrosty, a nie poziomy (z ewentualną inercją) krótkookresowej stopy procentowej — jak sugerują autorzy — wiąże się z postacią mechanizmu transmisji, w którym zasadniczą rolę odgrywa stopa długookresowa (definiowania jako np. ważona suma bieżącej i przyszłych stóp krótkookresowych). Zastąpienie np. stopy długookresowej stopą krótkookresową w krzywej IS (lub odpowiedniku) sprawia, że optymalna wartość parametru przy opóźnionej stopie spada z jedynki do wartości w przedziale [0,56, 0,08] dla jednego z badanych modeli.

Problem definiowania celu w postaci przedziału stał się przedmiotem dociekań Orphanidesa i Wielanda [2000]. Jak w dużej części cytowanych już badań, ćwiczenia wykonywano na prostym, dwurównaniowym modelu postaci (12). Tym razem równania modelu oszacowano, używając danych dla USA oraz krajów strefy euro. Minimalizowaną funkcję straty zdefiniowano jako:

$$\begin{aligned} S &= (1-\lambda)Z\left(\pi_{t+1} - \pi^*; \xi, c\right)^2 + \lambda y_{t+1}^2 \\ Z(x;\xi,c) &= x - 0{,}5\sqrt{c + \left(x + \frac{\xi}{2}\right)^2} + 0{,}5\sqrt{c + \left(-x + \frac{\xi}{2}\right)^2} \end{aligned} \tag{26}$$

Funkcja ta prowadzi do zerowej straty, gdy inflacja odchyla się od celu π^* o mniej niż $\pm\xi/2$. W pierwszym kroku swojego badania autorzy pokazali, że — przy braku jakiejkolwiek niepewności oraz niezerowej wadze dla stabilizacji produkcji — wynikająca z minimalizacji funkcji S reguła ma charakterystyczną cechę — przedział pasywności polityki, tzn. stopa procentowa nie reaguje na odchylenia inflacji od celu mniejsze niż $\pi^* \pm \xi/2$. Ponieważ optymalna reguła uwzględnia nie tylko odchylenia od celu, ale także wielkość luki, nie można jednak mówić o całkowitej bierności. Wahania stopy motywowane są wówczas stabilizacją produkcji. Przy przedziałowej definicji celu inflacyjnego i braku niepewności stabilizacja produkcji staje się dominującym (jedynym) celem, jeśli inflacja znajduje się w przedziale celu. Z drugiej strony, jeżeli decydent całkowicie ignoruje potrzebę stabilizacji produkcji — przy braku niepewności — cel definiowany przedziałowo nie wpływa na optymalną politykę, przede wszystkim optymalna reguła wymusza płynne (monotoniczne) zmiany stopy na wszelkie odchylenia inflacji od celu. Nie ma więc podstaw, aby uważać, że definiowanie celu przedziałowo zawsze implikuje pojawianie się strefy pasywności stóp procentowych.

Uwzględnienie addytywnych składników losowych równań (12) w optymalnym rozwiązaniu problemu (26) i (12) modyfikuje poprzednie wnioski — przedział, w którym stopa nie reaguje na odchylenia inflacji od celu, zmniejsza się (zanika). W prezentowanych przez Orphanidesa i Wielanda wykresach pozostaje co najwyżej punkt przegięcia (aczkolwiek cytowani autorzy twierdzą, że jest to ok. 2% pierwotnego przedziału). Mamy więc silniejsze potwierdzenie zaproponowanej powyżej tezy: z przedziałowo definiowanego celu nie wynika pojawianie się strefy pasywności w reakcjach stopy — istnienie niepewności motywuje do działania nawet wtedy, gdy inflacja jest w pożądanym przedziale.

5. Najważniejsze wnioski

Poszukując metod uodpornienia polityki monetarnej na szeroko rozumianą niepewność, dokonano przeglądu wyników zarówno empirycznych, jak i teoretycznych prac badających optymalne, efektywne i efektywnie odporne reguły polityki stopy procentowej. Celem poszukiwań było znalezienie wskazówek o charakterze ogólnym, dlatego interesujące okazywały się nie tyle wnioski ściśle związane z konkretną sytuacją (modelem), ile te mające walor ogólności.

Przy bayesowskiej interpretacji najprostsza metoda stawienia czoła niepewności — zignorowanie takiego zjawiska — okazuje się skuteczna jedynie w specjalnym przypadku, który — wygodny analitycznie — ma najprawdopodobniej minimalne znacznie praktyczne. Druga z metod, odwołująca się do zasady konserwatyzmu Brainarda (łagodniejszego reagowania instrumentem na zaburzenia), ma swoje racjonalne podstawy: zarówno wtedy, gdy niepewność dotyczy bezpośrednich skutków zastosowania instrumentu (wpływu na cel), jak i wtedy, gdy czynnik prowokujący do zamian instrumentu (np. luka podażowa) mierzony jest niedokładnie. Zasada konserwatyzmu ma jednak swoje przeciwieństwo. Gdy niepewność koncentruje się w efektach inercyjnych, konserwatyzm powinna zastąpić agresja. Banalny wniosek mówi więc, iż efektywniej przeciwstawić się niepewności można jedynie wtedy, gdy wiemy, czego nie wiemy.

Przy niepewności w sensie Knighta całkowity brak wiedzy o tym, czego nie wiemy, prowadzi do agresywnych reakcji stopy na zaburzenia. Gdy tylko niewiedzę udaje się ograniczyć, zlokalizować, odporna polityka staje się pasywna. Wnioski te wymagają jednak dalszych badań. Kontynuacji wymagają także poszukiwania reguł skutecznych w konkurencyjnych modelach empirycznych.

Przypuszczenie, że definiowanie celu polityki inflacyjnej w postaci przedziału może — choć w pewnym stopniu — uodporniać politykę pieniężną na błędy, wydaje się, na pierwszy rzut oka, zasadne. Intuicja podpowiada, że wówczas stopa procentowa przestanie reagować na niewielkie (losowe, przez co zapewne nieistotne) odchylenia inflacji od celu, czyniąc politykę lepiej przewidywalną; strefa pasywności może być wiązana ze wspomnianą zasadą konserwatyzmu. Cytowane wyniki badań pokazują, iż powyższe przypuszczenia są nietrafne. W sytuacji ogólnej z faktu, iż cel został zdefiniowany przedziałowo, nie wynika jakaś szczególna postać polityki (reguły). Dlatego definiowanie celu przedziałowo jest bardziej sposobem poprawy oceny wyników polityki niż metodą poprawy efektywności samej polityki.

Bibliografia

Brainard W. 1967, *Uncertainty and the Effectiveness of Policy*, „American Economic Review", nr 57 (2).

Caravani P., 1995, *On H^∞ Criteria for Macroeconomic Policy Evaluation*, „Journal of Economic Dynamic and Control", nr 19.

Chow G. C., 1970, *Optimal Control of Linear Econometric Systems with Finite Time Horizon*, Economic Research Program, Research Memorandum nr 115, Princeton University.

Chow G. C., 1972, *Effect of Uncertainty on Optimal Control Policies*, Economic Research Program, Research Memorandum nr 145, Princeton University.

Chow G. C., 1995, *Ekonometra*, PWN.

Chow G. C., 1997, *Dynamic Economics. Optimization by the Lagrange Method,* OUP.

Estrella A., Mishkin F. S., 1999, *Rethinking the Role of NAIRU in Monetary Policy*, w: Taylor J. (wyd.), 1999, *Monetary Policy Rules*, NBER, Chicago.

Favero C. A., 2001, *Applied Macroeconometrics*, OUP.

Giordani P., Söderlind P., 2002, *Solution of Macromodels with Hansen-Sargent Robust Policies: Summary and some Extensions,* Stockholm School of Economics.

Hansen P. L, Sargent T., 2000, *Wanting Robustness in Macroeconomics*, Stanford University.

Hansen P. L., Sargent T., 2001, *Elements of Robust Control and Filtering for Macroeconomics*, Stanford University.

Levin A., Williams J. C., Wieland V., 1999, *Robustness of Simple Monetary Policy Rules under Model Uncertainty*, w: Taylor J. (wyd.), 1999, *Monetary Policy Rules*, NBER, Chicago.

Levin A., Williams J. C., Wieland V., 2001, *The Performance of Forecast-Based Monetary Policy Rules under Model Uncertainty*, Board of Governors FRS, August 2001.

Muehlen von zur P., 2001, *Activist vs. Non-Activist Monetary Policy: Optimal Rules Under Extreme Uncertainty (A Primer on Robust Control)*, Board of Governors FED.

Onatski A., Stock J., 2000, *Robust Monetary Policy under Uncertainty in a Small Model of the U.S. Economy,* NBER Working Paper 7490.

Orphanides A., 1998, *Monetary Policy Evaluation With Noisy Information*, Board of Governors of the FRS, October 1998.

Orphanides A., Porter R. F., Reifschneider D., Tetlow R., Finan F., 1999, *Errors in the Measurement of the Output Gap and the Design of Monetary Policy*, Board of Governors FRS, August 1999.

Orphanides A., Wieland V., 2000, *Inflation zone targeting*, „European Economic Review", nr 44.

Orphanides A., Williams J., 2002, *Imperfect Knowledge, Inflation Expectations, and Monetary Policy*, Board of Governors FRS, May 2002.

Phillips A. W., 1954, *Stabilization Policy in a Closed Economy*, „The Economic Journal", 64.

Rudebusch G. D., Svensson L. E. O., 1999, *Policy Rules for Infation Targetting*, w: Taylor J. (wyd.), 1999, *Monetary Policy Rules*, NBER, Chicago.

Sargent T. J., 1987, *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press.

Shuetrim G., Thompson Ch., 1999, *The Implications of Uncertainty for Monetary Policy* Research Discussion Paper, 1999–10, Economic Research Department, Reserve Bank of Australia.

Smets F., 1998, *Output Gap Uncertainty: Does it Matter for the Taylor Rule?*, BIS Working Papers nr 60.

Sims Ch. A., 2001, *Pitfalls of Minimax Approach to Model Uncertainty*, rękopis.

Söderstrom U., 2000, *Monetary Policy with Uncertain Parameters*, EBC Working Papers Series nr 13.

Svensson L. E. O., 2000, *Robust Control Made Simple,* rękopis.

Svensson L. E. O., Woodford M., 2002, *Optimal Policy with Partial Information in a Forward-Looking Model: Certainty-Equivalence Redux*, Princenton i NBER.

Tetlow R. J., Muehlen von zu P.r, 2000, *Robust Monetary Policy with Misspecified Models: Does Model Uncertainty Always Call for Attenuated Policy?*, Board of Governors FED.

Tetlow R. J., Muehlen von zu P.r, 2001, *Avoiding Nash Inflation, Bayesian and Robust Responses to Model Uncertainty,* Board of Governors FED, December 2001.

Turnovsky S., 1977a, *Optimal Control of Linear Systems with stochastic coefficient and additive disturbances*, w: Pitchford J. D., Turnovsky S. J. (red.) *Applications of Control Theory to Economic Analysis*, North-Holland.

Turnovsky S., 1977b, *On the Scope of Optimal and Discretionary Policies in the Stabilization of Stochastic Linear Systems*, w: Pitchford J. D., Turnovsky S. J. (red.), *Applications of Control Theory to Economic Analysis*, North-Holland.

Abstract **Rules of Percentage Rate in Conditions of Uncertainty**

The paper is a review of research on the subject of the effectiveness of monetary policy implemented in conditions of uncertainty, when the policy itself is identified with the rule of percentage rate—most often the simple rule both with the traditional interpretation of the nature of the uncertainty, i.e. Bayesian uncertainty (effective rules) and uncertainty in Knight's sense (effectively resistant rules).

In successive steps of the analysis the changes are investigated which should be introduced to the effective rule in order to take into consideration the risk/uncertainty located in different points of the decision process: inaccuracy of evaluations of the strength of the relationship between instruments and goals, inaccuracy of evaluations of inertial effects, incomplete knowledge about the current state of the economy, etc. Also investigated are the consequences of uncertainty of a more fundamental character: for example the existing but not explicit error of model specification (cause-effect description of the economy) and even uncertainty of the paradigm.

The results of theoretical and empirical works show that Brainard's principle of conservatism, for many years being an unwritten but obliging indicator how to conduct monetary policy, has not got the value of generality—it is an effective method of facing uncertainty only in a particular situation (uncertainty of evaluation of the direct multiplier or imprecise data and the Bayesian loss function). With uncertainty located in other places of the model and the search for resistant rules an energetic policy of percentage rates may be desirable.

Comparison of the rules themselves and the effects of their implementation with different location of the uncertainty and different methods of estimating the costs of possible errors leads to the somewhat banal conclusion: an effective monetary policy can be conducted when the uncertainty has not got a total (astructural) character and when it is known where the errors can appear—when the decision-maker is aware of what he really does not know.