Pomiar ryzyka rynkowego — metoda wartości ryzykowanej[1]

Agata Gemzik-Salwach, mgr
Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania, Rzeszów

1. Wprowadzenie

Problem pomiaru i sterowania ryzykiem pojawił się wraz z nadejściem w połowie lat siedemdziesiątych XX wieku nowych tendencji na światowych rynkach finansowych. W tym czasie gwałtownie wzrosła zmienność parametrów finansowych, co skierowało zainteresowanie podmiotów gospodarczych w stronę metod, służących ograniczaniu nowo powstałych rodzajów ryzyka. Nastąpił wtedy naturalny wzrost popytu na kontrakty terminowe, który w odpowiedzi na konkretne potrzeby inwestorów stymulował dywersyfikację tych instrumentów [Jajuga, Kuziak, Markowski, 1998]. Nowe produkty finansowe, choć miały służyć kontroli ryzyka, same w sobie stanowiły nowe jego źródło. Ponadto w tym czasie pojawiło się zjawisko globalizacji, oznaczające powstanie silnych powiązań pomiędzy rynkami, które wiąże się z wzrostem korelacji zmiennych finansowych. Wszystkie te czynniki wzajemnie oddziaływały na siebie, dodatkowo jeszcze się potęgując. W tej sytuacji zarządzanie ryzykiem, którego nadrzędnym celem jest ochrona instytucji przed nieakceptowanym poziomem strat, stało się bez wątpienia dużo trudniejsze [Grabowska, 2000, s. 34].

W ostatnim czasie świat finansowy skłania się do poglądu, że przy pomiarze ryzyka rynkowego należy brać pod uwagę możliwe niekorzystne odchylenia od oczekiwanych wartości. Prowadzi to do koncepcji miar zagrożenia, spośród których standardem stały się metody pomiaru ryzyka oparte na wartości ryzykowanej [Jajuga, 2000, s. 112; Jajuga, 1999, s. 64].

Użytkownik, który chce zastosować metodę *Value at Risk*, ma do wyboru kilka możliwych sposobów jej kalkulacji, przy czym w każdej z nich występuje przynajmniej jeden parametr, którego wielkość można elastycznie dobierać [Bałamut, 2002, s. 93]. Konstruowane modele mogą różnić się np. przyjętymi założeniami co do rozkładów zwrotów z czynników ryzyka, metodami agregacji różnych kategorii ryzyka, sposobem traktowania opcji itp. Wykorzystanie odmiennych metod estymacji *Value at Risk* często prowadzi do braku spójności w ocenie ryzyka, dlatego też szczególnie ważna jest znajomość założeń oraz ich konsekwencji.

---

[1] Metoda ta bywa określana z jęz. angielskiego: *Value at Risk* (*VaR*) lub tłumaczona jest też jako wartość narażona na ryzyko.

Wszystkie metody estymacji wartości ryzykowanej opierają się na dwóch kluczowych czynnikach: poziomie ufności oraz horyzoncie czasowym. Celem artykułu jest przestawienie koncepcji metody wartości ryzykowanej, ze szczególnym uwzględnieniem aspektu doboru tych parametrów. W pierwszej części pracy zdefiniowano *VaR* oraz przedstawiono jej ogólną formułę, a następnie omówiono kwestie przesłanek, na których podstawie można dokonywać wyboru wielkości (poziomu ufności, horyzontu czasowego), stanowiących jej składowe. Kolejne fragmenty artykułu to matematyczna formuła kalkulacji wartości ryzykowanej dla pojedynczego instrumentu i dla portfela oraz przykład empiryczny, którego celem jest zilustrowanie możliwości wykorzystania *Value at Risk* oraz analiza wpływu przyjętego w obliczeniach poziomu ufności oraz horyzontu czasu na wartość otrzymanego wyniku. Ze względu na ograniczone ramy tego artykułu, koncentruje się on wyłącznie na najpopularniejszej metodzie wyznaczania wartości ryzykowanej, tj. metodzie analitycznej (wariancji-kowariancji), wyłączając z analizy inne metody estymacji[2].

2. Istota wartości ryzykowanej

Wartość ryzykowana definiowana jest jako maksymalna strata wartości rynkowej, na którą narażona jest dana instytucja w pewnym okresie czasu i z określonym prawdopodobieństwem [J. P. Morgan Bank, 1999, s. 3].

Koncepcja ta stanowi w pewnym sensie kontynuację teorii portfelowej Markowitza oraz modelu CAMP, opracowanego przez Sharpe'a, Lintnera i Rossa [Markowitz, 1959; Sharpe, 1963, s. 277–293; Ross, 1976, s. 343–362]. Metoda wartości ryzykowanej, odwołując się do teorii portfelowych, wykorzystuje w analizie parametr zmienności, który w tym ujęciu stanowi jeden z elementów składowych miary ryzyka, jaką jest *VaR*[3]. Pojęcie portfela inwestycyjnego, które w tych teoriach odnosi się akcji, w metodzie *VaR* traktowane jest szerzej i może zostać odniesione np. do portfela walutowego, instrumentów dłużnych czy nawet do składników bilansu lub wyniku finansowego, dzięki czemu metoda *VaR* nabiera uniwersalnego charakteru.

Metoda wartości ryzykowanej uwzględnia korelacje, istniejące pomiędzy różnymi elementami składowymi szeroko rozumianego portfela, dzięki czemu możliwa staje się agregacja poszczególnych rodzajów ryzyk w ryzyko portfela globalnego, co daje syntetyczną ocenę sytuacji. Ta kompleksowość

---

[2] U podstaw metody wariancji-kowariancji leży przyjęcie, często ostro krytykowanego założenia, iż rozkład stóp zwrotu z czynników ryzyka jest rozkładem normalnym. Istnieją również inne metody szacowania wartości ryzykowanej, które umożliwiają ominięcie tego założenia, jak np. symulacja historyczna, symulacja Monte Carlo (pod warunkiem, że nie zostanie przeprowadzona przy założeniu normalnego rozkładu stóp zwrotu), metoda wyznaczania kwantyla rozkładu innego niż normalny itd.

[3] Teoria portfela inwestycyjnego traktuje ryzyko w kategoriach zmienności zysku, podczas gdy metoda wartości ryzykowanej definiuje je jako maksymalną stratę. Ponadto należy zauważyć, że teorie te stanowią bazę kalkulacji *VaR* metodą wariancji-kowariancji, natomiast pozostałe metody jej obliczania, jak np. symulacja Monte Carlo lub metoda historyczna, opierają się na innych podstawach.

oceny ryzyka, czyli fakt, że metoda *VaR* pozwala za pomocą tylko jednej wielkości określić całkowitą ekspozycję instytucji na ryzyko, stanowi największą jej zaletę.

Najczęściej spotykana, ogólna postać formuły wartości ryzykowanej, przyjmuje zapis[4]:

$$VaR = Eksp \cdot k \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}$$

gdzie: *Eksp* — wielkość ekspozycji na ryzyko (np. obecna wartość instrumentu), k — wielokrotność odchylenia standardowego wokół średniej arytmetycznej, charakterystyczna dla danego poziomu ufności, σ — odchylenie standardowe rozkładu stopy zwrotu, t — liczba dni w okresie.

Procedura wykorzystania *Value at Risk* polega więc na określeniu rozmiaru ekspozycji na ryzyko oraz wymodelowaniu jej potencjalnej zmiany, przy dobranym poziomie ufności oraz horyzoncie czasowym. Następnie wielkości te mnoży się przez siebie, otrzymując wartość ryzykowaną. Dalsza część pracy przedstawia opis elementów składowych struktury *VaR*.

3. Poziom ufności

Poziom ufności określa pewność, z jaką dokonywana jest estymacja statystyczna. Dwustronnemu rozkładowi normalnemu (założenie symetrycznego rozrzutu po obu stronach średniej arytmetycznej) właściwa jest zasada, charakteryzująca stopień skupiania się zmiennej losowej wokół średniej, nosząca nazwę reguły trzech sigm. Mówi nam ona, że około 68,3% takich odchyleń mieści się w granicach jednego odchylenia standardowego wokół średniej arytmetycznej, około 95,5% — w granicach dwóch odchyleń standardowych, a 99,7% — w granicach trzech odchyleń standardowych itd. Widzimy więc, że dla każdego z poziomów ufności charakterystyczna jest ściśle określona wielokrotność odchylenia standardowego, oznaczona jako mnożnik k. W tabeli 1. przedstawiona została zależność pomiędzy stałą k a najczęściej wybieranymi poziomami ufności. Jeśli użytkownik chce dokonać obliczeń dla innych niż zaprezentowane poziomów ufności, może skorzystać z tablic rozkładu normalnego (Gaussa–Laplace'a).

Poziom ufności jest określany przez wielkość dystrybuanty, czyli powierzchni stanowiącej graficzne przedstawienie wielkości ryzyka, a odchylenie standardowe jest miarą tzw. dyspersji rozkładu, czyli przeciętnej odległości zmian cen od wartości średniej. Im wyższy jest poziom prawdopodobieństwa, z którym dokonujemy obliczeń, tym większa jest wartość *VaR*.

[4] Równanie to jest najczęściej przytaczanym wzorem, obrazującym strukturę *VaR*, jednak zapis wartości ryzykowanej nie musi koniecznie przyjąć tej postaci. Szczegółowe rozważania tego tematu zawarte są w dalszej części artykułu.

Tabela 1.

Zależność mnożnika *k* od wybranego stopnia ufności

Poziom ufności	*k*
$(1-\alpha) = 68,27\%$	1,00
$(1-\alpha) = 90,00\%$	1,28
$(1-\alpha) = 95,00\%$	1,65
$(1-\alpha) = 95,45\%$	2,00
$(1-\alpha) = 99,00\%$	2,33
$(1-\alpha) = 99,73\%$	3,00

Źródło: na podstawie tablic rozkładu normalnego.

Wielkość przyjętego poziomu ufności uzależniona jest od celów obliczeń. W przypadku, gdy wartość ryzykowana jest podstawą współczynnika adekwatności kapitałowej, wybór poziomu ufności powinien być wyjątkowo staranny. Jeżeli bank przyjmuje wysoki poziom ufności, zwiększa tym samym wielkość *Value at Risk*, co może świadczyć o jego dużej awersji do ryzyka. Jeżeli natomiast wartość *VaR* ma służyć porównywaniu rozmiarów ryzyka różnych instrumentów lub instytucji, to wybór ten nie jest szczególnie istotny.

W praktyce najczęściej przyjmuje się poziom ufności w granicach od 90% do 99%. Na przykład: poziom 90% jest uznawany powszechnie za progowy w analizach zjawisk stochastycznych, Citibank szacuje *VaR* dla prawdopodobieństwa 94,5%, J. P. Morgan Bank of America — 95%, Chemical and Chase — 97,5%.

Bazylejski Komitet Nadzoru Bankowego w swojej poprawce do standardów wymogów kapitałowych banków z tytułu ponoszonego ryzyka rynkowego rekomenduje 99-procentowy poziom ufności[5].

4. Horyzont czasu

Ryzyko dotyczy zdarzeń przyszłych, których wystąpienie jest jedynie prawdopodobne, dlatego jednym z ważnych problemów w ocenie ryzyka jest wybór odpowiedniego horyzontu czasu, czyli okresu, w którym może mieć miejsce wyliczona potencjalna strata. Powinien on korespondować z przedziałem czasu, w którym skład portfela pozostaje niezmieniony. Innymi sposobami doboru horyzontu czasowego jest uzależnienie go od stopienia płynności aktywów w portfelu bądź okresu, który jest niezbędny do likwidacji portfela lub jego zabezpieczenia. Wydłużanie horyzontu czasowego prowadzi do zwiększenia wartości *VaR*.

Problem doboru odpowiedniego horyzontu czasowego jest najczęściej dyskutowany w odniesieniu do banków. Przyjęcie popularnego założenia, że

[5] Zob. *Amendment of the Capital Accord to Incorporate Market Risk,* Bank for International Settlements, Basel 1996, January.

wszystkie aktywa będące w posiadaniu banku można zbyć w ciągu 24 godzin, nie jest realne, nie uwzględnia bowiem trudności związanych ze sprzedażą pozycji niepłynnych lub o dużych wielkościach. Poza tym typowe okresy likwidacji, które można zaobserwować w zwykłych sytuacjach rynkowych, mogą się szybko wydłużać w czasie kryzysu [Matten, 2000, s. 90–94]. Użycie dłuższego okresu utrzymywania w znacznie większym stopniu uwzględnia trudności z ewentualną likwidacją portfela. Ponadto dłuższy horyzont czasowy będzie w większym stopniu uwzględniał instrumenty o nieliniowej charakterystyce cen, takie jak opcje.

Za przyjęciem jednodniowego horyzontu czasowego przemawia fakt, iż banki codziennie modyfikują swój portfel inwestycyjny, a generowane pozycje spekulacyjne mają istotne znaczenie dla ich działalności. Przy normalnych warunkach rynkowych banki mogą codziennie podejmować decyzje korygujące ryzyko. Większość płynnych aktywów będących w posiadaniu banków można zbyć w ciągu jednego dnia. Poza tym zyski i straty banków ustalane są w ujęciu dziennym, dlatego dzienną *VaR* można porównywać z dziennym rachunkiem zysków i strat. Bank, który chce, aby jego model reagował na krótkoterminowe tendencje rynkowe i zmienności, powinien więc stosować relatywnie krótki horyzont czasowy.

Komitet Bazylejski w swoich rekomendacjach stosuje 10-dniowy horyzont czasowy, jako wynik kompromisu między koniecznością dokonywania pomiarów a możliwością identyfikacji nadchodzących zagrożeń. Fundusze emerytalne ze względu na wydłużony horyzont inwestycyjny do obliczania wielkości *VaR* wykorzystują miesięczny bądź kwartalny horyzont czasowy. Większość banków komercyjnych dokonuje obliczeń przy horyzoncie czasowym wynoszącym jeden dzień, choć na przykład Bankers Trust zdecydował się na wybór okresu jednego roku.

Oprócz horyzontu czasu, dla którego szacowana jest *VaR*, w podanej wcześniej formule opisującej wartość ryzykowaną pojawia się dodatkowo σ, które też szacowane jest na podstawie pewnego przedziału czasowego. Jeżeli oba te horyzonty czasowe nie są spójne, należy wówczas przeliczyć otrzymane odchylenie standardowe na dłuższe lub krótsze okresy. Dokonuje się tego w odwołaniu do reguły statystycznej, która mówi, że średnia sumy rozkładów odpowiada sumie średniej. Dotyczy to również wariancji tych rozkładów, przeliczając wariancję na dłuższe lub krótsze okresy można po prostu podzielić lub pomnożyć jej wartości przez współczynnik odpowiadający zmianie długości tego przedziału, natomiast gdy w grę wchodzi odchylenie standardowe, całe wyrażenie musi zostać dodatkowo pierwiastkowane. W efekcie sprowadza się to do pomnożenia całego wyrażania przez $\sqrt{t}$, cały zabieg nosi nazwę „reguły pierwiastka kwadratowego z czasu”.

5. Matematyczna formuła *VaR*

W sposób formalny wartość *VaR* jest określona następującym równaniem [Jorion, 2001, s. 110]:

$$P(W \leq W_0 — VaR) = \alpha$$

gdzie: P — prawdopodobieństwo zajścia określonego zdarzenia, W_0 — wartość zmiennej na początku okresu, W — wartość zmiennej na końcu okresu, α — poziom tolerancji ($1 - \alpha$ jest poziomem ufności).

Oznacza to, że z prawdopodobieństwem równym przyjętemu poziomowi tolerancji zajdzie zdarzenie polegające na tym, że wartość na końcu okresu będzie mniejsza lub równa niż wartość obecna pomniejszona o *VaR*. Wartość ryzykowaną, jako miarę straty, można określić jako wartość absolutną albo jako procentową wielkość w stosunku do wartości bazowej lub do wartości średniej portfela. Wyznaczając *VaR* jako wartość absolutną, przyjmuje się, że wynik na portfelu po upływie określonego okresu można zapisać jako różnicę:

$$W_0 - W$$

a zatem:

$$VaR = W_0 - W^*$$

przy czym W^* oznacza najniższą wartość zmiennej. Wartość zmiennej określa się za pomocą stóp zwrotu, stąd wyznaczenie *Value at Risk* jest równoznaczne z znalezieniem najniższej oczekiwanej stopy zwrotu R^*, czyli tzw. kwantyla rozkładu stóp zwrotu, zapisywanego za pomocą równania [Dowd, 1998, s. 42]:

$$P(R \leq R^*) = \alpha$$

gdzie: R — stopa zwrotu w rozpatrywanym okresie, R^* — kwantyl rozkładu stóp zwrotu.

Oznacza to, że prawdopodobieństwo, iż stopa zwrotu nie przekroczy wartości równej kwantylowi rozkładu stóp zwrotu, jest równe przyjętemu poziomowi tolerancji. Przy założeniu, że rozkład stóp zwrotu jest normalny, kwantyl ten będzie określony wielkościami średniej i odchylenia standardowego tego rozkładu [Jorion, 2001, s. 112]:

$$R_\alpha = \mu - k\sigma$$

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - \mu\right)^2}$$

gdzie: μ — średnia rozkładu stóp zwrotu, k — stała zależna od poziomu prawdopodobieństwa (zob. tabela 1.), σ — odchylenie standardowe rozkładu stóp zwrotu[6], r_i — szereg statystyczny procentowych zmian cen, n — liczba procentowych zmian cen w szeregu statystycznym.

Wstawiając równanie kwantyla do wzoru na wartość ryzykowaną w ujęciu absolutnym i przyjmując w kalkulacji zwykłą, arytmetyczną stopę zwrotu, otrzymujemy następujący zapis VaR:

$$VaR = W_0 - W^* = W_0 - W_0(1 + R^*) = -R^*W_0 = -W_0(\mu - k\sigma) = -\mu W_0 + k\sigma W_0$$

W przypadku krótkiego horyzontu czasowego przyjmuje się założenie, że średnia rozkładu dąży do 0 i w związku z tym wzór na wartość ryzykowaną przybiera postać:

$$VaR = k\sigma W_t$$

Jeżeli analiza oparta jest na kapitalizacji ciągłej, to zapis absolutnej VaR jest następujący:

$$VaR = W_0 - W^* = W_0 - e^{R^*}W_0 = W_0(1 - e^{R^*}) = W_0(1 - e^{\mu - k\sigma})$$

W ujęciu procentowym, dla arytmetycznej stopy zwrotu wartość ryzykowana wynosi:

$$VaR = k\sigma - \mu$$

a dla geometrycznej stopy zwrotu:

$$VaR = 1 - e^{\mu - k\sigma}$$

W odniesieniu do wartości średniej maksymalną oczekiwaną stratę przy użyciu zwykłej stopy zwrotu zapisujemy jako:

$$VaR = -W_0(R^* - \mu) = -W_0(\mu - k\sigma - \mu) = k\sigma W_0$$

dla geometrycznej stopy zwrotu równanie przybiera postać:

$$VaR = W_0(1 - e^{R^* - \mu}) = W_0(1 - e^{\mu - k\sigma - \mu}) = W_0(1 - e^{-k\sigma})$$

[6] Odchylenie standardowe jest najpopularniejszym parametrem zmienności wykorzystywanym w szacowaniu *VaR*. Często jednak w jego miejsce wprowadza się inne mierniki, np. średnią ruchomą, modele klasy GARCH czy EWMA. Ma to na celu wprowadzenie dynamicznego podejścia do zmienności cenowej oraz/lub uwzględnienie heteroskedastyczności czasowych szeregów finansowych. Zob. np. [Jorion, 2001, s. 186–19;. Engle, 1982, s. 987–1007; Bollerslev, 1986, s. 307–327; J. P. Morgan Bank, 1996, s. 78–81].

Metoda wartości ryzykowanej szacuje maksymalną oczekiwaną stratę, dlatego w analizie uwzględniane są jedynie odchylenia ujemne, kwantyl stopy zwrotu w omawianych koncepcjach przyjmuje z reguły wartość ujemną, a zatem *Value at Risk* jest liczbą dodatnią.

6. *VaR* Portfela

Metoda *Value at Risk* wykorzystuje podstawowe założenia teorii portfela inwestycyjnego, które umożliwiają uwzględnienie jego dywersyfikacji. Tradycyjne sposoby kwantyfikacji ryzyka stopy procentowej opierają się na założeniu, że korelacja pomiędzy krótko- i długoterminowymi stopami jest zawsze równa 1, co prowadzi do wniosku, że krzywe dochodowości przesuwają się zawsze w sposób równoległy. Podstawa ta nie ma pokrycia w rzeczywistości, instrumenty o dłuższym okresie zapadalności (wymagalności) są bowiem bardziej obciążone ryzykiem. *VaR* pozwala na uchylenie tego założenia i w konsekwencji identyfikację również innych niż równoległe przesunięć krzywych dochodowości.

Obliczając *VaR* dla portfela posługujemy się metodą macierzową [Best, 2000, s. 37]:

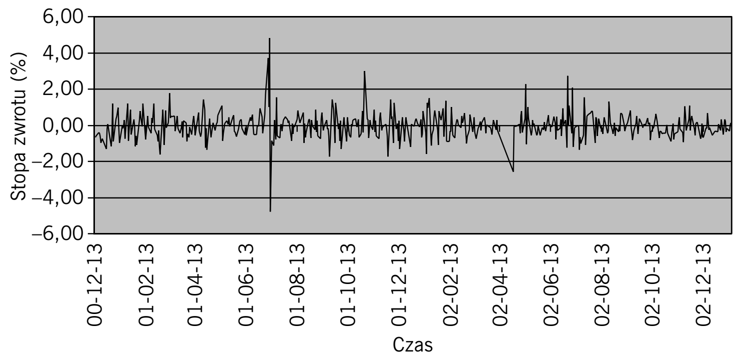
$$VaR = \sqrt{\mathbf{V} \times \mathbf{C} \times \mathbf{V}^{\mathbf{T}}}$$

gdzie: **V** — wektor wierszowy wartości *VaR* poszczególnych instrumentów, **C** — macierz korelacji pomiędzy instrumentami, $\mathbf{V}^{\mathbf{T}}$ — macierz transponowana **V**.

7. Przykład empiryczny

Dotychczasowe rozważania teoretyczne zobrazujemy oszacowaniem ryzyka rynkowego hipotetycznego portfela, zawierającego pozycje walutowe (dolary amerykańskie, w które zainwestowano 100 tys. PLN), akcje polskie (akcje TP SA, zainwestowana kwota — 300 tys. PLN) oraz instrumenty dłużne (13-tygodniowe bony skarbowe, przy zainwestowanej sumie 200 tys.). Analizie poddano szereg czasowy kursu średniego NBP dla USD, kursu zamknięcia akcji TP SA oraz 3-miesięcznej stopy WIBOR, którą przyjęto jako czynnik ryzyka dla bonów skarbowych. Wykorzystywane dane zostały odnotowane w okresie od 13.12.2000 do 15.01.2003 r. i pochodzą z archiwum serwisu finansowego Money.pl.

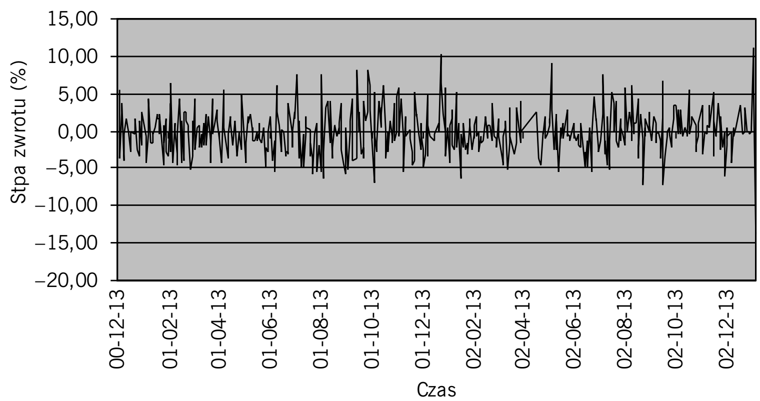
Na podstawie zgromadzonych danych zostały wyznaczone dzienne logarytmiczne stopy zwrotów z czynników ryzyka portfela, które następnie posłużyły do oszacowania zmienności i korelacji, a te z kolei zostały wykorzystane do estymacji wielkości *VaR* za pomocą metody wariancji-kowariancji. Graficzny obraz kształtowania się zwrotów z czynników ryzyka przedstawiają wykresy 1.–3., natomiast tabela 2. zawiera zestawienie podstawowych wielkości, które je charakteryzują.



Wykres 1.

Log-zwroty kursu USD

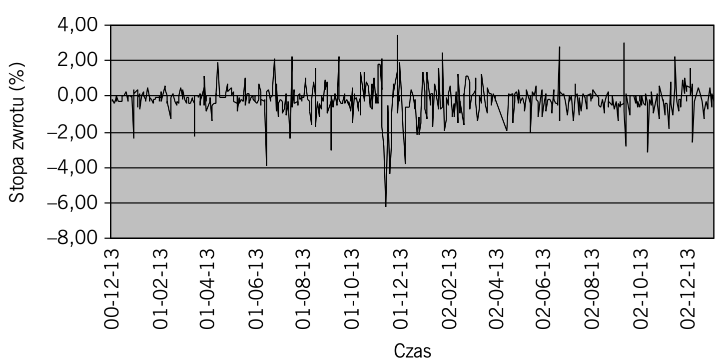
Źródło: obliczenia własne.



Wykres 2.

Log-zwroty dla akcji TP SA

Źródło: obliczenia własne.



Wykres 3.

Log-zwroty dla stopy WIBOR 3M

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2.

Charakterystyka zwrotów z czynników ryzyka

	USD	TP SA	WIBOR 3M
Odchylenie standardowe	0,73%	2,95%	0,90%
Średnia arytmetyczna	–0,03%	–0,14%	–0,22%
Mediana	–0,05%	–0,30%	–0,18
Maksimum	4,81%	11,14%	3,43%
Minimum	–4,77%	–13,77%	–6,20%
Skośność	0,596	0,225	–0,814
Kurtoza	8,86	1,32	7,02

Źródło: obliczenia własne.

Analizując otrzymane wyniki, można zauważyć, że akcje TP SA są najbardziej ryzykownym instrumentem w portfelu, gdyż ich zmienność przewyższa zmienność kursu dolara i bonów skarbowych. Stosunkowo duża zmienność kursu bonów skarbowych w omawianym okresie prawdopodobnie jest wynikiem częstej interwencji NBP w tym czasie. Odchylenie standardowe szeregu zmian akcji i kursu USD jest o rząd większe od jego wartości średniej i mediany, co świadczy o dużym ryzyku związanym z inwestowaniem w te instrumenty. Wartości ekstremalne przewyższają odchylenie standardowe 4–7-krotnie, przy czym dla akcji i bonów skarbowych wartości bezwzględne logarytmicznych stóp zwrotów są zdecydowanie większe dla poziomów minimalnych, a w przypadku kursu dolara różnica pomiędzy wartością bezwzględną maksymalnej i minimalnej stopy zwrotu wynosi tylko 0,04% na rzecz maksimum szeregu. W przypadku żadnego z szeregów zwrotów z czynników ryzyka nie otrzymano współczynnika skośności równego 0, właściwego dla rozkładu normalnego. Dla dolara amerykańskiego i akcji TP SA skośność przyjmuje wartość dodatnią, a mediana znajduje się na lewo od średniej rozkładu, co oznacza częstsze pojawianie się wartości mniejszych niż wartość oczekiwana. Odwrotnie jest w przypadku notowań 3-miesięcznej stopy WIBOR, mediana znajduje się na prawo od średniej rozkładu, a współczynnik skośności jest liczbą ujemną. Kurtoza większa od 3 dla bonów skarbowych i kursu dolara wskazuje na typowe dla szeregów czasowych zjawisko pojawiania się tzw. grubych ogonów rozkładu, zastanawiająca jest natomiast niska wartość kurtozy dla akcji, wynika to ze specyfiki rozkładu empirycznego tej próby.

Zebrane dane posłużyły do wyliczenia wartości ryzykowanej dla poszczególnych instrumentów przy wykorzystaniu metody analitycznej, zakładającej zerową wartość średniej rozkładu. Wyniki badań zawiera tabela 3.

Tabela 3. pokazuje znaczenie doboru określonego poziomu ufności w metodzie wartości ryzykowanej. *Value at Risk* jest rosnącą funkcją przyjętego poziomu prawdopodobieństwa. Analizując otrzymane wyniki można zauważyć, że przy zmianie poziomu ufności następuje wzrost wartości *VaR* w stopniu większym niż proporcjonalny. Przy przejściu z 90% poziomu na 99%, następuje prawie dwukrotny wzrost wartości *VaR*. Podobnie kształtuje się sytuacja w przypadku zmiany horyzontu czasowego, jego wydłużenie z jednego dnia roboczego do 10 powoduje ponadtrzykrotny wzrost poziomu wartości ryzykowanej.

Tabela 3.

Poziom wartości ryzykowanej poszczególnych instrumentów

	1 dzień roboczy			10 dni roboczych		
	Poziom ufności			Poziom ufności		
	90%	95%	99%	90%	95%	99%
USD	936,22	1206,85	1704,22	2960,59	3816,39	5389,20
Akcje TP SA	11 330,53	14 605,76	20 625,11	35 830,29	46 187,48	65 222,32
BS 13-tyg.	2301	2966	4188	7275,81	9378,97	13 244,24
Ogółem:	14 568,47	18 778,50	26 517,52	46 066,69	59 382,84	83 855,77

Źródło: obliczenia własne.

Następnie została obliczona metodą wariancji-kowariancji wartość ryzykowana całego portfela w ujęciu absolutnym, w odniesieniu do wartości średniej oraz jako procent straty absolutnej, przy trzech różnych przedziałach ufności i dwóch rodzajach horyzontu czasowego. Zestawienie otrzymanych wyników przedstawia tabela 4.

Tabela 4.

Wyniki oszacowania poziomu wartości ryzykowanej

	1 dzień roboczy			10 dni roboczych		
	Poziom ufności			Poziom ufności		
	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR procentowa	2,05%	2,593%	3,60%	6,47%	8,20%	11,34%
VaR absolutna	12 274,24	15 564,99	21 612,87	38 814,54	49 220,83	68 345,90
VaR w odniesieniu do średniej	11 384,24	14 674,99	20 722,87	36 000,12	46 406,40	65 534,47

Źródło: obliczenia własne.

Wartość ryzykowana portfela jest mniejsza od sumy wartości ryzykowanej poszczególnych elementów wchodzących w jego skład, co jest wynikiem jego dywersyfikacji. Wielkości te byłyby sobie równe tylko w przypadku, gdyby współczynniki korelacji pomiędzy wszystkimi elementami portfela byłyby równe jedności.

Podsumowując powyższe rozważania, należy podkreślić, iż wyniki analizy prowadzonej przy założeniu rozkładu normalnego należy traktować z dużą ostrożnością, z czym wiąże się konieczność weryfikacji otrzymanych efektów.

8. Podsumowanie

Metoda wartości ryzykowanej umożliwia syntetyczny pomiar ryzyka danej instytucji finansowej. Pozwala na określenie (z pewnym przyjętym prawdopodobieństwem) maksymalnej straty, jaką może ponieść inwestor w danym horyzoncie czasowym. Dzięki niej można prześledzić zmiany ryzyka, wiążącego się z składowymi elementami portfela. Techniki te pozwalają ocenić dywersyfikację portfela, adekwatność kapitałową oraz dokonać korekt efektywności działania o czynnik ponoszonego ryzyka zarówno na poziomie całej instytucji, jak i jej poszczególnych działów.

Niewątpliwe zalety tej metody powodują, że jest ona rekomendowana przez szereg instytucji nadzoru bankowego: Grupa Trzydziestu, Komitet Bazylejski ds. Nadzoru Bankowego, a w Polsce — Inspektorat Nadzoru Bankowego.

Stosując *VaR* nie należy zapominać o jej ograniczeniach. Metoda opiera się na założeniach, które często są trudne do spełnienia. W swej najprostszej postaci przyjmuje, że stopy zwrotu portfela podlegają rozkładowi normalnemu, a jego skład pozostaje niezmieniony w przyjętym horyzoncie czasu.

Bibliografia

Amendment of the Capital Accord to Incorporate Market Risk, 1996, Bank for International Settlements, Basel, January.

Bałamut T., 2002, *Metody estymacji Value at Risk*, „Materiały i Studia" zeszyt nr 147, NBP, Warszawa.

Best P., 2000, *Wartość narażona na ryzyko; obliczanie i wdrażanie modelu VAR*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.

Bollerslev T., 1986, *Generalized Autoregresive Conditional Heteroscedasticity*, „Journal of Econometrics" nr 31, s. 307–327.

Dowd K., 1998, *Beyond Value at Risk*, Wiley, New York.

Engle R., 1982, *Autoregressiveconditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, „Econometrica" nr 50, s. 987–1007.

Grabowska A., 2000, *Metody kalkulacji wartości narażonej na ryzyko (VaR)*, „Bank i Kredyt" nr 10.

Jajuga K., 2000, *Miary ryzyka rynkowego — część trzecia*, „Rynek Terminowy", nr 8/2/00.

Jajuga K., 1999, *Nowe tendencje w zarządzaniu ryzykiem finansowym*, „Rynek Terminowy" nr 5.

Jajuga K., Kuziak K., Markowski P., 1998, *Inwestycje finansowe*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.

Jorion P., 2001, *Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk*, McGraw-Hill, New York.

Matten C., 2000, *Zarządzanie kapitałem bankowym; alokacja kapitału i pomiar wyników*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków.

Markowitz H. M., 1959, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Inwestment*, Yale University Press, New Haven.
Morgan J. P., Reuters RiskMetrics, 1996, *Risk Management. A Practical Guide*.
Morgan J. P., Reuters RiskMetrics, 1996, *Technical Document*.
Pearson N. D., 2002, *Risk Budgeting; Portfolio Problem Solving with Value-at-Risk*, John Wiley & Sons, New York.
Ross S., 1976, *The Arbitrage Theory of Capital Assets Pricing*, „Journal of Economic Theory", December.
Sharpe W., 1963, *A Simplified Model for Portfolio Analysis*, „Management Science" January.

Abstract

Measurement of the Market Risk—the Value at Risk Method

The Value at Risk (*VaR*) method permits to define, with a certain accepted probability, the maximum loss to which the investor can be exposed within a given time horizon. This measurement opens wide interpretation possibilities and can be used both to quantify all kinds of financial risk and to measure risks other than the market-related ones. It also permits to assess the diversification of the portfolio and the capital adequacy, as well as to adjust the operation effectiveness by the factor of the risk being run at the level of both the whole institution and its individual parts. Prior to the *VaR* calculation, the user must arbitrarily choose the time horizon for which the risk is to be estimated and the confidence level at which the calculation is to be performed. The choice of these parameters has a strong influence on the obtained result. The confidence level determines the reliability degree of the statistical estimation being made. Along with increase in the calculation probability, there is increase in the value of *VaR*. The time horizon means the time range for which the *VaR* is calculated, i.e. the period over which the calculated potential loss on the portfolio can take place. The longer the adopted time horizon, the higher the value at risk is. When using the *VaR* method, its limitations must be kept in mind. The presented analytical method assumes that the risk is subject to normal distribution. It also assumes that the composition of the portfolio does not undergo any change over the given time horizon. In reality, such conditions often are difficult to meet.