

Mierniki a wskaźniki (indeksy)

Igor Timofiejuk, profesor,
Wydział Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego

Czytelnikom tego tekstu*, którzy znają opinię wybitnego naukowca J. D. Bernala z jego *Historii nauki*, że

...naukom społecznym potrzebna jest nie tyle wyszukana technika, ile większa odwaga w podejmowaniu problemów zasadniczych, zamiast ich unikania¹,

może się wydawać, iż czytają o przysłowiowym „dzieleniu włosa na czworo”. Mimo to, że w pełni się zgadzam z myślą zawartą w opinii J. D. Bernala, w konkretnej tu omawianej sprawie tak nie jest. Myślę tak dlatego, problem mieszczący się bowiem w zakresie teorii statystyki z jej składową i najobszerniejszą częścią — statystyką matematyczną, a więc dotyczący definiowania terminów naukowych przy badaniach masowych, nie jest przedmiotem nauk społecznych, a raczej matematycznych. To po pierwsze.

Po drugie, precyzja w rozumieniu używanych terminów i kategorii, ich zakresu i pojemności informacyjnej jest niezwykle istotna w porozumieniu się profesjonalistów i w komunikacji ze znacznie szerszym kręgiem odbiorców informacji. Precyzja i jasność oraz jednoznaczność używanych kategorii i terminów jest zawsze warunkiem koniecznym chociaż niewystarczającym unikania nieporozumień we wszelkich dyskusjach i debatach na tematy naukowe i publicystyczne.

I

W polskim, ale nie tylko, piśmiennictwie ekonomicznym i statystycznym zbyt obszerną pojemność znaczeniową nadaje się terminowi wskaźnik (polskie tłumaczenie łacińskiego *index* — wskaźnik, spis)². Owo rozszerzenie za-

* Jednocześnie ukazuje się w miesięczniku „Wiadomości Statystyczne”.

¹ Cyt. za P. A. Baran, *Ekonomia polityczna wzrostu*, PWE, Warszawa 1958, s. 4.

² Nieporozumień w potocznym rozumieniu terminów jest wiele. Niech przykładem będzie nagminne mylenie pojęcia cyfra — symbol do oznaczania liczb, z liczbą — tworem abstrakcyjnym służącym pierwotnie do oznaczania liczności wydzielonych przedmiotów (zbiorów). To podstawowe pojęcie matematyki ulegało różnym uogólnieniom od liczb naturalnych do kardynalnych i porządkowych. Liczba to w językoznawstwie jedna z szeregu form fleksyjnych określająca pojedyn-

kresu i pojemności terminu wskaźnik jest takie, że wchłania kategorię, którą powinno się zwać miernikiem.

W każdym słowniku wyrazów obcych lub encyklopedii można znaleźć, że przez indeks (wskaźnik) rozumie się:

- 1) wykaz, skorowidz, spis, rejestr — na przykład umieszczony na końcu książki wykaz terminów naukowych użytych w tekście, indeks nazwisk, indeks rzeczowy itp.;
- 2) książeczkę ze spisem wykładów, ćwiczeń, laboratoriów, na które uczęszcza słuchacz wyższej uczelni;
- 3) w matematyce wskaźnik liczbowy lub literowy pisany najczęściej u dołu, a czasami u góry litery wchodzącej w skład wyrażenia matematycznego, czyli to, co określa się czasami subskryptem lub superskryptem³.

Nieco inaczej przyjęło się rozumieć pojęcie wskaźnik (indeks) w statystyce i w ekonomii. Ba, w statystyce ekonomicznej badającej agregaty mówi się nawet o indeksologii.

W statystyce przez indeks (wskaźnik) rozumie się wielkość charakteryzującą zmiany w czasie lub przestrzeni zmiennej (cechy) zależnej, gdy za zmienną niezależną uznaje się czas. Tak więc, jeśli mamy szereg chronologiczny (czasowy, dynamiczny, rozwojowy):

— zmienna niezależna (czas): t_0, t_1, \dots, t_n

— zmienna zależna: x_0, x_1, \dots, x_n ,

to indeksem będziemy nazywali stosunek zmiennej zależnej w okresie (momencie) badanym (t_i) do jej wartości liczbowej w okresie (momencie) podstawowym (bazowym) — $t_i - 1$, czyli:

$$x_{i/i-1} = \frac{x_i}{x_{i-1}}.$$

Rozróżnia się wskaźniki (indeksy) jednopodstawowe (gdy podstawa jest stała) lub łańcuchowe (gdy podstawa jest zmienna). Są też indeksy, które nazywałem jednopodstawowo-łańcuchowymi⁴. Inny podział indeksów to podział na wskaźniki indywidualne (proste) i zespołowe. Zespołowe dotyczą porównań agregatów ekonomicznych, tzn. takich, gdy czynnikiem agregującym (agregatorem) zapewniającym łączenie różnych wartości użytkowych jest kategoria ekonomiczna, a nie techniczna, gdy za jej pomocą przelicza się np. alkohol na 100-procentowy spirytus, a węgiel na określoną kaloryczność spalania. A więc, przy liczeniu zespołowych wskaźników (indeksów) produkcji (ilości, masy towarowej) agregatorem są ceny, a przy liczeniu zespołowych

czegoś lub mnogość przedmiotów. Z zażenowaniem słucha się dziennikarzy, a czasami, i to nierzadko, uczonych i polityków, gdy mówią, że podają cyfry wzrostu PKB, dochodu narodowego, płac, cen itd., gdy rzecz idzie o problemach gospodarczych lub w tym stylu o innych sprawach.

³ Por. np. *Słownik wyrazów obcych*, PIW, Warszawa 1962, wydanie ósme, s. 290.

⁴ Zob. w tej sprawie: I. Timofiejuk, *O właściwościach indeksów jednopodstawowo-łańcuchowych*, „Wiadomości Statystyczne”, 1992 nr 1, s. 24–26 oraz I. Timofiejuk, *Jednopodstawowo-łańcuchowe indeksy zespołowe*, „Wiadomości Statystyczne”, 1995 nr 7, s. 1–4.

indeksów cen — ilości produkcji. Tego rodzaju miary zmian stosunkowych nazywa się wskaźnikami (indeksami) dynamiki lub rzadziej — współczynnikami dynamiki. Takie konstrukcje wyrażania ruchu powszechnie przyjmuje się w statystyce społeczno-ekonomicznej. Dlaczego? Przecież istnieją bardziej precyzyjne metody opisywania ruchu (zmian). Są nimi narzędzia analizy matematycznej, którymi posługują się inne nauki, np. fizyka. Wydaje się, iż dzieje się tak, ponieważ:

1. Wiele wielkości ekonomicznych nie poddaje się ścisłym pomiarom.
2. W procesie pomiaru i kwantyfikacji występują zawsze określone błędy, spowodowane jakością informacji, narzędzi pomiaru itp.
3. Błędy powstałe w procesie agregacji mogą mieć większe znaczenie od niedokładności wyrażania stosunku agregatów, zwłaszcza wówczas, gdy pomiar dotyczy agregatów takich jak np. produktów rolnictwa i przemysłu, dochodu narodowego czy też PKB.
4. Indeksy (wskaźniki) są proste pojęciowo i wygodne rachunkowo, są miarami względnymi i niemianowanymi, są porównywalne niezależnie od rodzaju procesu (zjawiska) i jego skali, przemawiają do intuicji i wyobraźni⁵. Znaczenie tej ostatniej właściwości jest szczególnie ważne, gdy uwzględniamy powszechne zainteresowanie zagadnieniami społeczno-ekonomicznymi, w tym także ich funkcję w świadomości społecznej.

Innymi prostymi miarami zmian w czasie są różnice absolutne (bezwzględne), a więc $x_i - x_{i-1} = \Delta x_i$, zwane także przyrostami absolutnymi. Mierzą one, o ile między okresami (momentami) badanym a podstawowym powiększyła się zmienna (cecha) zależna. Są one nieporównywalne dla różnych cech.

Pórownywalność zapewnia się, odnosząc przyrost (różnicę absolutną) do wartości liczbowej zmiennej zależnej w okresie (momencie) podstawowym: $\Delta x_i : x_{i-1}$. Takie konstrukcje zwie się przyrostami stosunkowymi (względными) lub niekiedy współczynnikami tempa, a najczęściej tempem (stopą) wzrostu. Tempo wzrostu określa, jak szybko, w jakim tempie zmienia się cecha zależna. Wskaźnik (indeks) wyraża natomiast krotność zmiennej zależnej w okresie (momencie) badanym w odniesieniu do okresu (momentu) podstawowego.

Między indeksami (wskaźnikami) a tempami (stopami) wzrostu istnieje związek:

$$\frac{\Delta x_i}{x_{i-1}} = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i-1}} = x_{i/i-1} - 1$$

i oczywiście

$$x_{i/i-1} = 1 + \frac{\Delta x_i}{x_{i-1}}.$$

⁵ Por. M. Okólski, I. Timofiejuk, *Statystyka ekonomiczna. Elementy teorii*, PWE, wydanie II, Warszawa 1980, s. 26–37.

Ten związek oznacza, że właściwości szeregów indeksów (zmiana podstawy w szeregu indeksów jednopodstawowych, zmiana szeregu indeksów jednopodstawowych w szereg indeksów łańcuchowych i odwrotnie, zamiana szeregu indeksów łańcuchowych w szereg indeksów jednopodstawowych bez konieczności uciekania się do surowego szeregu czasowego) mogą być przeniesione na miary dynamiki, którymi są stopy (tempa) wzrostu.

II

A teraz o miernikach ekonomicznych. Miernik to kategoria ekonomiczna, dająca się policzyć (poddaje się kwantyfikacji) i wyrazić liczbą. Ze zrozumiałych względów (rozmiary opracowania) będziemy tu oszczędnie pisali o problematyce mierników ekonomicznych⁶.

Oczywiście, nie wszystkie kategorie ekonomiczne, i to bardzo istotne, wręcz podstawowe w danych teoriach ekonomicznych, są miernikami. Przywołujemy tu przynajmniej dwie koncepcje sił wytwórczych w koncepcji teorii ekonomicznej K. Marksa i innowacji w koncepcji rozwoju gospodarczego J. A. Schumpetera. Można wyrazić liczbowo niektóre elementy składowe tych kategorii. Na przykład wielkość (zasób) majątku produkcyjnego w koncepcji Marksa czy też „pojemność” nowych rynków zbytu w teorii Schumpetera, ale nie da się całej koncepcji tych kategorii, tzn. sił wytwórczych czy innowacji, wyrazić liczbą.

Pełna kwantyfikacja wymaga wymierności, tzn. wyrażenia w jednostkach ilościowych oraz współmierności, a więc wyrażenia różnych elementów w tych samych jednostkach, np. pieniężnych, jak to się czyni z nakładami i wynikami (efektami). M.in. spełnienie tych wymogów pozwala sformułować zasadę racjonalnego gospodarowania, czy to w wariacie największej wydajności, czy też równorzędnym wariacie oszczędności środków⁷.

Wszelki pomiar, który ze swej istoty nie jest niczym innym niż porównaniem, niekoniecznie musi wymagać pełnej kwantyfikacji. Wystarczy li tylko uporządkowanie zbioru według zasady rosnącej lub malejącej wartości. Tak się postępuje na przykład, ustalając skalę twardości minerałów, skalę Beauforta, skalę Richtera⁸.

Można dokonywać różnych (w zależności od potrzeb) klasyfikacji mierników. Najważniejsza, ze statystycznego punktu widzenia, to podział według mian, a więc jednostek miary, w których wyraża się wynik dokonanego pomia-

⁶ Zainteresowanych obszerniejszymi wywodami odsyłam do mojej książki *Mierniki wzrostu gospodarczego*, PWE, pierwsze wydanie, Warszawa 1968, drugie przejrzone i uzupełnione 1973.

⁷ W tym miejscu godzi się wspomnieć o często formułowanym ujęciu zasady racjonalnego gospodarowania w wyrażeniu max-min, a więc uzyskanie maksymalnych efektów przy minimalizowaniu nakładów. To absolutnie błędne sformułowanie wewnętrznie sprzeczne.

⁸ Por. w tej sprawie O. Lange, *Ekonomia polityczna*, t. I, a przede wszystkim rozdział pt. *Zasada racjonalnego gospodarowania*. *Ekonomia a prakseologia* w: O. Lange, *Dziela*, t. 3, PWE, Warszawa 1975.

ru. Wówczas mówimy o miernikach naturalnych (kg, m, litry itp.) oraz wartościowych (wyrażonych w jednostkach pieniężnych).

Drugi istotny podział klasyfikacyjny to mierniki mikro- i makroekonomiczne. Mikroekonomiczne dotyczą przedsiębiorstwa lub gospodarstwa domowego. Makroekonomiczne to według rankingu skala ponad przedsiębiorstwem, aż po największe agregaty w skali gospodarki narodowej, a więc dochód narodowy, GNP, albo też komponenty tych kategorii — akumulacja i konsumpcja. Przy konstrukcji makroekonomicznych mierników podstawowe znaczenie ma struktura, a w tym jej zasadniczy czynnik zmian, którym jest dynamika społecznej wydajności pracy generowana przez wiele czynników, w tym najważniejsze — postęp techniczny i technologiczny.

III

Jak się wydaje, na gruncie nauki ekonomii i statystyki, a więc na gruncie teoretycznym, można sądzić, że sprawa jest jasna i nie powinna budzić żadnych wątpliwości, a zatem nie powodować nieporozumień. Inaczej jest w praktyce pisarskiej i informacyjnej, w książkach i artykułach naukowych czy też popularnych, w różnego rodzaju mediach. Przykładów można by przytaczać bez liku. Nie będziemy jednak przywoływać autorów i tytułów opracowań. Zwracamy zatem tylko ogólnie uwagę na najczęściej występujące przypadki.

Z dotychczasowych rozważań wynika, że miernik ekonomiczny to kategoria ekonomiczna ujmująca ilościowo część (fragment) rzeczywistości społeczno-gospodarczej kraju lub całość, np. rocznych efektów społecznego gospodarowania. Wskaźnik (indeks) to sposób wyrażania dynamiki mierników ekonomicznych, a więc porównanie w czasie czy też przestrzeni.

Zanim przejdziemy do, naszym zdaniem, niepoprawnego używania terminów i kategorii, warto wyjaśnić pewną kwestię szczególną. Idzie tu o płacę realną, czy ogólniej — dochód realny. W rozważaniach teoretycznych można przyjąć, że płaca (dochód) realna wynosi tyle a tyle i oznaczyć ją pewnym symbolem. Ale gdy rzecz idzie o jej numeryczny wyraz, sprawa się komplikuje. Płaca (dochód) realna jest określana przez płacę (dochód) nominalną i ceny dóbr i usług konsumpcyjnych. Można zatem wyrazić płacę realną, czyli siłę nabywczą nominalnej, w liczbie możliwych do zakupu bochenków chleba, kilogramów mięsa, liczby par butów, wizyt u fryzjera itp. Ale wyrazić płacy (dochodu) realnej jedną liczbą się nie da. Możliwy jest natomiast pomiar zmian płacy (dochodu) realnej, a mianowicie przez odniesienie do siebie wskaźnika płacy (dochodu) nominalnej i wskaźnika cen towarów (produktów i usług konsumpcyjnych) zakupywanych za płacę (dochód) nominalną⁹. Czy

⁹ Uwzględniając zwłaszcza I. Fishera test odwracalności czynników, gdy wskaźnik produktów i usług konsumpcyjnych liczony jest według E. Laspeyresa teorii agregacji, to indeks płacy (dochodu) realnej jest typu H. Paaschego i odwrotnie, gdy indeks cen jest postaci Paaschego, indeks płacy realnej jest indeksem typu Laspeyresa.

w wyniku tego powstały wskaźnik (indeks) płacy (dochodu) realnej jest tylko wskaźnikiem, czy też miernikiem? Oczywiście, że przede wszystkim wskaźnikiem, ale także miernikiem płacy realnej. Miernikiem szczególnym, wyrażanym bowiem przez wskaźniki (indeksy).

Innym przykładem z tej samej dziedziny jest często przytaczane równanie: wskaźnik niedostatku = stopa inflacji + stopa bezrobocia – stopa wzrostu produktu narodowego. Nie wnikam w meritum tego równania, wydaje mi się ono właściwe. Ale rzecz tu się ma nie ze wskaźnikiem niedostatku, lecz miernikiem, czy też miarą, niedostatku. Ów miernik jest konstruowany jako suma i różnica stóp (temp) wzrostu. Da się go stworzyć przez sumę i różnicę indeksów, wówczas gdy liczba odejmowanych składników jest mniejsza o jeden od liczby dodawanych składników. A więc, nie jest to formuła ogólna. W wyrażeniu w przytoczonym równaniu stało się to możliwe, jako że dodawano dwa, a odejmowano jeden składnik. Zatem, właściwym terminem jest miernik niedostatku, a to dlatego, że jest pojęciem ogólniejszym wyrażanym przez tempa (stopy) i sam jest stopą.

Wracając do naszych „baranów”, czyli niepoprawnego używania kategorii statystycznych, wypada zacząć od liczby i ilości. Powszechnie stosuje się termin ilości tam, gdzie należy stosować pojęcie liczba. Mówi się o ilości zatrudnionych w miejsce liczby zatrudnionych. Powiada się o ilości obrabiarek w przedsiębiorstwie, a nie jak jest właściwe o liczbie obrabiarek. Są to bowiem rzeczy policzalne w przeciwieństwie do mąki, cukru, wody itd. Jest to szczególnie niezrozumiałe, gdy się zważy, że dziś powszechnie wciska się do nauki i mowy potocznej język angielski, któremu przypisuje się obecnie zasięg i funkcję na podobieństwo średniowiecznej łaciny. A przecież w angielskim wyrażnie rozróżnia się ilość i liczbę, a więc policzalność i niepoliczalność. Do ilości służy pytanie: *How much?*, ale do policzalności, czyli liczby — *How many?*

O powszechnie zamiennie używanym, a więc myleniu liczby z cyfrą pisałem w odnośniku numer dwa. A teraz o terminie parametr. W swoim zwykłym matematycznym znaczeniu oznacza nieznaną wielkość, która może przybierać różne wartości należące do pewnego zbioru. W statystyce występuje zazwyczaj w wyrażeniach definiujących rozkłady prawdopodobieństwa lub opisujących sytuacje stochastyczne lub korelacyjne, np. parametry regresji lub parametry funkcji przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów. A więc, parametr to nazwa zmiennej, gdy chcemy podkreślić odmienną jej rolę w porównaniu z innymi zmiennymi, na przykład w równaniu $ab^x = 0$ parametrami są a i b . Jest to więc stała wartość. Jednakże w zagadnieniach ekonomiczno-statystycznych często rozumie się przez parametr zmienną zależną lub niezależną.

Inny przykład to współczynnik. W matematyce współczynnik to liczba lub litera występująca w jednomianie, np. w jednomianie $5xy$ współczynnikiem jest liczba 5, a w jednomianie ax litera a . W statystyce współczynnik oznacza pewne statystyki, np. moment centralny trzeciego rzędu odniesiony do sześciemu odchylenia standardowego nosi nazwę współczynnika asymetrii, czy też

współczynnik korelacji, determinacji, koncentracji zmienności itp. W demografii współczynnik jest często zamiennie używany w sensie identycznym co stopa. Mówi się, na przykład, współczynnik lub stopa przyrostu naturalnego, płodności, umieralności. W tym samym sensie powinno się mówić o stopie bezrobocia, jako relacji liczby bezrobotnych do liczby zdolnych do pracy w miejsce często używanego pojęcia wskaźnik bezrobocia, który logicznie rzecz biorąc jest relacją stóp bezrobocia dla dwóch porównywalnych momentów. Użyte tak pojęcie stopa ma inny zakres informacyjny niż w jej identyfikacji z pojęciem tempa. Tak się często zdarza, że tym samym terminom nadaje się inne znaczenie. To nie jest błąd, ale inne znaczenie.

Jeszcze kilka przykładów błędnego używania terminów statystycznych. Często słyszy się np. dziesiąty decyl, a rzecz w tym, iż idzie o dziesiątą grupę decylową (np. 10% liczebności końcowej populacji), decyli bowiem jest tylko dziewięć, tak jak kwartyli trzy, a percentyli 99.

W wielu publikacjach, korzystających z danych liczbowych i ich charakterystyk spotkamy, na przykład, tablice zatytułowane „wskaźniki dynamiki”, a w tablicy podaje się tempa (stopy) wzrostu. Wręcz normą takiego używania kategorii są informacje w radiu i telewizji.

Przykładów braku precyzji znajdować można bez liku. Dla potrzeb tej publikacji sędzę, iż starczy przytoczonych tu przypadków.

IV

Autor tej publikacji nie sądzi, aby jeden czy kilka artykułów mogło zmienić sytuację, czyli panujące przyzwyczajenia czy też obyczaj. Lecz w myśl anegdoty o ziemi, o kobietach i wódce... trzeba się starać. Rzecz w tym, iż dowolność i zamiennosc w posługiwaniu się kategoriami, czy wręcz niechlujstwo terminologiczne może prowadzić do istotnych błędów. W tej sprawie warto przypomnieć zdanie O. Langego:

Ekonomiści nieprzyzwyczajeni do ścisłego myślenia matematycznego nie zawsze zdają sobie dokładnie sprawę z wymiaru wielkości, o których mówią. Warto przypomnieć powiedzenie jednego z wybitnych ekonomistów (M. Kaleckiego), który żartobliwie stwierdził, że „ekonomia jest nauką, w której stale mieszają pojęcia zasobów i strumieni i popełniają wskutek tego błędy”¹⁰.

Ja bym tylko dodał: bardzo poważne błędy!

W tym kontekście trzeba wspomnieć i o konserwatyzmie naukowym. Nie o teoriach, których źródło dawno wyszło i które powinny się znaleźć w muzeum archeologicznym, a które jednak są ciągle w obiegu, chcę tu mówić. Ale mówię, np. o liczeniu przeciętnego indeksu (wskaźnika) lub tempa (stopy) wzrostu. Powszechnie, mimo widocznych wad, używa się jedynie jej liczenie

¹⁰ O. Lange, *Dzieła*, t. 5, *Ekonometria*, PWE, Warszawa 1976, s. 547–548.

wedle nieważonej średniej geometrycznej (ściśle ważonej systemem wag jednostkowych średniej geometrycznej). A są inne metody, np. \bar{r} i \hat{r} ¹¹.

*

Piśmiennictwo ekonomiczne cechuje zbyt często rozwlekłość, wręcz bizantyjskie słowolejstwo. Odnosi się wrażenie, że celem jest pozyskanie maksymalnej produkcji „globalnej” w miejsce „czystej”, tzn. jasnego wyłożenia celu i sensu rozważań. A przecież, jeśli wolno zaczerpnąć przykład z innej dziedziny twórczości, a mianowicie z literatury pięknej, to wybitny pisarz i dramaturg rosyjski A. P. Czechow rzekł:

Zwięzłość to siostra talentu.

Myślę, iż godzi się zadać pytanie: Czy precyzja jest bratem talentu?

A b s t r a c t Measures and Indexes

A

The object of this publication is undertaking by the author of considerations on the problem of univocality, clarity, and thus precision in the use of the scientific terms and categories of statistics and economy. Not only widespread mistaking of the categories measures and index is concerned, but also many others e.g. coefficient, decil—the tenth decil group, number—digit, quantity—number etc., etc. The effect of this is confusion in the proving of reasons and apparent disputes resulting from terminological misunderstandings.

¹¹ Por. w tej sprawie: I. Timofiejuk, *Stopa wzrostu gospodarczego. Metody liczenia*, PWE, Warszawa 1973, I. Timofiejuk, *Metoda \bar{r} . Teoria i tablice*, Fundacja Naukowa Taylora, Warszawa 1993, I. Timofiejuk, *O liczeniu średniego tempa wzrostu*, „Wiadomości Statystyczne”, 1994 nr 12, s. 6–9, I. Timofiejuk, *Szeregi czasowe — pomiar przeciętnej dynamiki*, „Ekonomia”, 2001 nr 2, s. 69–76. Nie myślę, że metodę średniej geometrycznej nieważonej trzeba zastąpić moimi metodami rachunku przeciętnej stopy wzrostu, tzn. \bar{r} i \hat{r} , ale należy je stosować łącznie lub równoległe, w celu głębszego wyniknięcia w przebieg procesów dynamiki.