

# *Studencka aktywność naukowa* U źródeł ogólnoświatowego kryzysu finansowego: Lehman Brothers – geneza upadku

Wojciech Deja, Maria Śmiglak, studenci Wydziału Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego

## 1. Wprowadzenie

Upadek banku inwestycyjnego Lehman Brothers Holdings Inc. to historia jak z filmu Hitchcocka — zaczęła się od trzęsienia ziemi, a później było już tylko coraz gorzej. Spółka o 158-letniej tradycji, która w dobrej kondycji przetrwała Wielki Kryzys lat 30., obie wojny światowe i ataki terrorystyczne z 11 września 2001 roku, na skutek kryzysu w branży pożyczek hipotecznych wysokiego ryzyka została zmuszona do zgłoszenia 15 września 2008 roku wniosku o postępowanie upadłościowe z możliwością restrukturyzacji i oddała się pod opiekę sądu<sup>1</sup>. W momencie składania wniosku długi Lehman Brothers Holdings szacowane były na 613 mld USD oraz 155 mld USD długu w obligacjach, aktywa zaś wynosiły 639 mld USD, a wniosek wymieniał liczbę ponad 100 tys. wierzycieli. Według agencji Bloomberg było to największe w historii bankructwo.

Nagły upadek nastąpił krótko po tym, jak oba banki typowane przez Fed do przejęcia Lehman Brothers, brytyjski Barclays i Bank of America, zrezygnowały z kupna całego banku inwestycyjnego. Banki te były skłonne kupić jedynie dochodowe oddziały Lehman Brothers, natomiast część przynosząca straty miała zostać wydzielona jako osobna spółka z koniecznością dokapitalizowania jej przez Fed lub rząd. Ponieważ rząd odmówił pomocy finansowej, Bank of America zrezygnował z tej inwestycji na rzecz kupna banku inwestycyjnego Merrill Lynch & Co. za 43,5 mld USD. Tuż po ujawnieniu tej informacji Lehman Brothers zapowiedział, że ogłosi bankructwo. Pięć dni później, 20 września, sędzia James Peck udzielił zgody na kupno przez Bar-

<sup>1</sup> [http://www.lehman.com/press/pdf\\_2008/091508\\_lbhi\\_chapter11\\_announce.pdf](http://www.lehman.com/press/pdf_2008/091508_lbhi_chapter11_announce.pdf), data dostępu: 11.11.2009.

lays dwóch kluczowych działów należących do Lehman Brothers za niewielką sumę.

Jako bank inwestycyjny Lehman Brothers obracał miliardowymi kredytami zaciągniętymi w innych światowych instytucjach finansowych. Zdaniem Petera Solomona, wiceprezesa banku w latach 80. i 90., tuż przed upadkiem Lehman Brothers władza, bogactwo i chciwość zlewały się w jedno. Mimo to sędzia prowadzący sprawę upadłości banku stwierdził, że Lehman Brothers stał się ofiarą, jedyną ikoną, która upadła podczas tego finansowego tsunami<sup>2</sup>. W podobny sposób oceniają sytuację specjaliści amerykańscy, twierdząc, że kupno części banku przez Barclays opłaci się Brytyjczykom i rządowi amerykańskiemu, natomiast najbardziej ucierpi na tym Lehman Brothers.

Celem niniejszego artykułu jest przeanalizowanie genezy upadku Lehman Brothers. Zagadnienie to jest o tyle istotne, że od tego właśnie momentu zaczęto powszechnie mówić o ogromnej skali panującego od 2006 roku w USA kryzysu finansowego. Analizie poddano zależność ceny kursów akcji banku od ogólnej sytuacji gospodarczej kraju. Badanie weryfikuje hipotezę, według której Lehman Brothers niekoniecznie musiał upaść — a przynajmniej nie w tak szybkim tempie, jak się to stało w rzeczywistości. Oczekiwać należy, że zmiany makroekonomiczne nie pozostały bez wpływu na sytuację gospodarczą banku. Wydaje się jednak, że upadek banku spowodowany był nie tylko dekoniunkturą, ale również innymi, jednorazowymi zjawiskami, na co wskazywać mogą zmiany strukturalne na wykresie kursów akcji banku.

Dodatkowe hipotezy analizy dotyczą zastosowania mnożników krótkookresowych i długookresowych w jednowskaźnikowym modelu Sharpe'a dla opisanego zależności między zmianami cen akcji spółki a wartościami indeksu giełdowego, przy stosunkowo większej wiarygodności miary długookresowej. Przewidywać należy dodatkowo występowanie typowych dla danych finansowych zjawisk warunkowej heteroskedastyczności, które modelowane są przy pomocy różnorodnych efektów ARCH.

Artykuł został skonstruowany w następujący sposób: rozdział 2. zawiera przegląd literatury przedmiotu oraz dotychczas przeprowadzonych badań w tej dziedzinie, rozdział 3. przedstawia metodologię jednowskaźnikowego modelu Sharpe'a jak również modeli ARCH, GARCH i TARARCH, w rozdziale 4. przeprowadzono dyskusję techniczną związaną z badaniem, którego wyniki zaprezentowano w rozdziale kolejnym. Wnioski omówiono w rozdziale 6.

## 2. Przegląd badań empirycznych

Często stosowanym instrumentem ekonometrycznym do badania zależności między zmianami cen spółek giełdowych a ogólną koniunkturą finansową wyrażoną poprzez odpowiednio dobrany indeks giełdowy jest jednowskaźnikowy model zaprezentowany przez Sharpe'a [1963], którego konstrukcja teo-

<sup>2</sup> <http://news.bbc.co.uk/2/hi/business/7626624.stm>, data dostępu: 11.11.2009.

retyczna została opisana w rozdziale 3.1. niniejszego artykułu<sup>3</sup>. Występujący w modelu parametr  $\beta$  stanowi miarę wrażliwości akcji na zmiany stopy zysku indeksu giełdowego lub miarę ryzyka rynkowego ponoszonego przy inwestycji<sup>4</sup>. Warto rozpatrzyć następujące przypadki:

- $\beta_i < 0$  — stopa zysku danej akcji zmienia się w przeciwnym kierunku niż stopa zysku indeksu giełdowego,
- $\beta_i = 0$  — stopa zysku nie jest zależna od zmian dokonujących się na rynku,
- $0 < \beta_i < 1$  — stopa zwrotu akcji zmienia się w mniejszym stopniu niż stopa zwrotu portfela rynkowego. Tego typu akcje nazywa się defensywnymi,
- $\beta_i = 1$  — stopa zwrotu akcji zmienia się w takim samym stopniu jak stopa zwrotu portfela rynkowego,
- $\beta_i > 1$  — stopa zwrotu danej akcji zmienia się szybciej niż stopa zwrotu indeksu giełdowego. Tego typu akcje nazywa się agresywnymi.

W literaturze niejednokrotnie podejmowano badania empiryczne oparte na modelu Sharpe'a w celu określenia, jaki charakter miały akcje danej spółki w zależności od indeksu giełdowego. Karpio oraz Żebrowska-Suchodolska [2006] analizowali zależność statystycznych własności estymatorów parametrów modelu Sharpe'a od trendów na giełdzie<sup>5</sup>. Bronili oni tezy, że taka zależność faktycznie istnieje, a zatem wykorzystanie modelu do podejmowania decyzji inwestycyjnych musi uwzględniać sytuację aktualnie panującą na rynku. Badanie oparli na danych dotyczących 17 spółek wchodzących w skład indeksu WIG20 w okresie od 7 lipca 2000 roku do 30 września 2005 roku (okres spadków od 7 lipca 2000 roku do 7 marca 2003 roku oraz okres wzrostów od 7 marca 2003 roku do 30 września 2005 roku). Estymatory parametrów strukturalnych linii regresji badacze uzyskali metodą najmniejszych kwadratów. Z punktu widzenia niniejszej analizy najistotniejsze są wartości parametrów  $\beta$  dla spółek w okresie charakteryzującym się silnymi spadkami.

We wszystkich przypadkach współczynniki  $\beta$  były większe od 0, co świadczy o tym, że stopa zysku danej akcji zmieniała się zgodnie ze stopą zysku indeksu giełdowego. Należy zauważyć, że w grupie spółek o akcjach agresywnych współczynniki  $\beta$  były wyższe w okresie recesji (okres I) niż w okresie wzrostów (okres II, z jedynym wyjątkiem w postaci KGHM). Akcje pozostałych spółek miały charakter defensywny i przejawiały odmienną tendencję:  $\beta$  była wyższa w okresie wzrostów (okres II) niż w okresie recesji (okres I, z kilkoma wyjątkami). Z przytoczonych powyżej wyników należy wyciągnąć następujące wnioski:

- stopa zwrotu akcji poszczególnych spółek jest dodatnio skorelowana ze stopą zwrotu z indeksu giełdowego, będącego przybliżeniem bieżącej sytuacji rynku finansowego,

<sup>3</sup> Model wyceny aktywów kapitałowych został rozwinięty między innymi w [Sharpe, 1964].

<sup>4</sup> Szerzej na temat dalszych zastosowań parametru  $\beta$ : [Bilbao, Arenas, Jimenez, Perez, Rodriguez, 2006].

<sup>5</sup> Szczegółowe wyniki badania dostępne pod adresem [http://ekrol.sggw.waw.pl/publikacje/pdf/zneiogz60\\_2006/Art\\_14\\_Karpio\\_Zebrowska.pdf](http://ekrol.sggw.waw.pl/publikacje/pdf/zneiogz60_2006/Art_14_Karpio_Zebrowska.pdf), data dostępu 11.11.2009.

- akcje agresywne mają stosunkowo wyższe  $\beta$  w okresach recesji rynku,
- akcje defensywne mają stosunkowo wyższe  $\beta$  w okresach wzrostów panujących na rynku.

Badanie Karpio i Żebrowskiej-Suchodolskiej [2006] oparte było na modelu Sharpe'a dla spółek, które wchodziły w skład indeksu giełdowego. Podobnie działo się w przypadku Lehman Brothers, którego akcje wchodziły w analizowanym okresie w skład indeksu Standard & Poor's 500, zatem wnioski z badania można też odnieść do sytuacji Lehman Brothers.

Sam model Sharpe'a i jego założenia zostały wielokrotnie poddane empirycznej weryfikacji. Markowski [2001] zastosował go w celu określenia granicznych własności dywersyfikacji portfela. Z myślą o dokonaniu oceny wpływu czynnika rynkowego na badane inwestycje przeanalizowano wielkość ryzyka związanego z inwestycjami w pojedyncze akcje, a także w portfele zbudowane z całej grupy, od 2 do 100, spółek notowanych na GPW. Aby określić właściwą miarę ryzyka dla inwestycji przyjętych w modelu, autor dokonał, zgodnie z teorią, dekompozycji ryzyka na część specyficzną i systematyczną, oznaczoną przez współczynnik  $\beta$ . Estymacja modelu pozwoliła uzyskać wartość  $\beta = 0,712$  dla inwestycji w akcje jednej spółki, natomiast dla portfeli o 10 i więcej elementach — około 0,8. Wyniki te potwierdzają założenia modelu mówiące, że zwiększenie różnorodności portfela nie pozwala na wyeliminowanie ryzyka systematycznego, czyli wpływu rynkowego na wartość inwestycji.

Wyniki estymacji współczynników  $\beta$  prowadzą również do interesujących wniosków: wraz ze wzrostem zróżnicowania portfela maleje rozpiętość wartości  $\beta$  oraz ich odchylenie standardowe. Dla portfeli jednoelementowych zakres wartości uzyskanych  $\beta$  wynosi 2,73%, odchylenie standardowe zaś — 0,356%, natomiast w przypadku portfeli stu-elementowych parametry te przyjmują wartości odpowiednio 0,25% i 0,031%. Prowadzi to do konkluzji, że model Sharpe'a charakteryzuje się znacznie większą dokładnością uzyskanych wyników dla portfeli większych w porównaniu z małymi bądź jednoelementowymi.

Szczególnie istotne w kontekście niniejszego artykułu było podzielenie przez Markowskiego [2001] papierów wartościowych na 5 grup ze względu na gałąź gospodarki: akcje sektora finansowego, budowlanego, usług, dóbr konsumenckich i sektora przemysłowego. Dla każdego z sektorów zostało wygenerowanych 10 000 dziesięcioelementowych portfeli inwestycyjnych w celu porównania stopnia dopasowania modelu dla pięciu odrębnych gałęzi gospodarki. Wartość skorygowanego  $R^2$  dla sektora finansowego wynosiła 75% i w porównaniu z pozostałymi sektorami okazała się najwyższa (wartości skorygowanego  $R^2$  dla poszczególnych sektorów wynosiły odpowiednio: 55%, 64%, 48% i 62%). Wyniki te potwierdzają trafność dokonanego przez autorów wyboru jednowskaźnikowego modelu Sharpe'a do badania wartości akcji amerykańskiego sektora finansowego<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Szczegółowe wyniki badania w [Markowski, 2001].

Przedstawione powyżej badania dotyczyły polskiego rynku giełdowego, co uniemożliwia bezpośrednią implementację wyników do analizy genezy upadku Lehman Brothers. Dodatkowo należy również zaznaczyć, że chociaż sam jednowskaźnikowy model Sharpe'a oraz wartości estymowanych przez niego parametrów były weryfikowane, model nie był dotychczas powszechnie stosowany do analizy zależności zmian cen akcji danej spółki od wyrażanej miarą indeksu giełdowego panującej na rynku koniunktury.

### 3. Metodologia

#### 3.1. Jednowskaźnikowy model Sharpe'a

Racjonalny inwestor, podejmując decyzje inwestycyjne, zmierza do skonstruowania optymalnego portfela, który maksymalizuje wartość oczekiwanej stopy zwrotu przy danym stopniu ryzyka lub minimalizuje stopień ryzyka przy danej wartości stopy zwrotu. Nieskomplikowany w teorii model Markowitza okazał się problematyczny przy estymacji dla portfela zbudowanego z większej liczby aktywów<sup>7</sup>. Zwrócił na to uwagę Sharpe [1963], pokazując, że dla stuelementowego portfela konieczne jest dokonanie 5150 obliczeń, a dla portfela składającego się z dwóch tysięcy elementów — 2 003 000 obliczeń. Przy ówczesnej mocy obliczeniowej komputerów stanowiło to realne utrudnienie. Sharpe [1963] zaproponował model upraszczający klasyczną teorię portfela, pozwalający znacznie zredukować liczbę obliczeń niezbędnych do oszacowania optymalnego portfela inwestycyjnego.

Jednowskaźnikowy model Sharpe'a opisuje zależność między zmianami stopy zwrotu z akcji a zachowaniem całego rynku. Model opiera się na podstawowym założeniu, że głównym czynnikiem wpływającym na zmiany wartości papierów wartościowych jest zmienność stopy zwrotu z portfela rynkowego. Model ten spotkał się z krytyką z powodu tego założenia — wielu badaczy zwróciło uwagę na wpływy pozarynkowe, np. czynniki związane z przemysłem, które oddziałują na zachowanie cen papierów wartościowych. Z drugiej strony, dowody empiryczne wskazują, że modele bardziej skomplikowane nie radzą sobie z przewidzeniem przyszłych wartości kowariancji między stopami zwrotu z inwestycji<sup>8</sup>.

Jako substytut portfela rynkowego w modelu traktuje się pewien indeks giełdowy, odzwierciedlający ogólną sytuację na rynku, taki jak WIG20, Dow Jones Industrial Average czy Standard & Poor's 500<sup>9</sup>. Obserwacje empiryczne potwierdzają zależność, zgodnie z którą na wielu rynkach kapitałowych wzrost cen akcji towarzyszy występowaniu hossy, determinowanej w tym

<sup>7</sup> Szerzej na temat modelu Markowitza: [Markowitz, 1959; Markowitz, Todd, Sharpe, 2000].

<sup>8</sup> Szerzej na ten temat: <http://www.icwai.org/icwai/knowledgebank/fm09.pdf>, data dostępu: 11.11.2009.

<sup>9</sup> Szerzej na temat stosowanego w badaniu indeksu Standard & Poor's 500: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-500/en/us/?indexId=spusa-500-usduf-p-us-l->, data dostępu: 11.11.2009.



przypadku wysokością wartości indeksu giełdowego. Będący miarą statystyczną indeks giełdowy definiuje się jako syntetyczny miernik zmian cen papierów wartościowych obejmujący wszystkie papiery wartościowe z wybranej grupy bądź danego typu. W zależności od liczby i rodzaju spółek uwzględnianych przy konstrukcji indeksu może on być traktowany w dużym przybliżeniu jako pełen obraz rynku czy gałęzi gospodarki. Konstrukcja indeksu uwzględnia zwykle tylko część firm notowanych na danym rynku, wybranych ze względu na wielkość obrotów, tak jak np. WIG20. Dopiero indeksy skonstruowane dla znacznej liczby spółek, jak Standard & Poor's 500 czy Nikkei 225, są bardziej reprezentatywne i pozwalają na zidentyfikowanie trendów giełdowych w odniesieniu do całego rynku.

W jednowskaźnikowym modelu Sharpe'a zakłada się, że relację między stopą zwrotu ( $R_i$ ) a sumą pewnych zmiennych losowych i liniowej zależności względem indeksu rynkowego można przedstawić w następujący sposób:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i \quad (1)$$

gdzie:  $R_i$  — stopa zysku  $i$ -tej akcji,  $R_M$  — stopa zysku indeksu giełdowego,  $\varepsilon_i$  — składnik losowy dla  $i$ -tej akcji,  $\alpha_i$  oraz  $\beta_i$  — parametry modelu

W powyższym wzorze współczynnik kierunkowy  $\beta_i$  odpowiadający za nachylenie równania regresji mierzy wrażliwość zmian wartości danego papieru wartościowego na zmiany na rynku, stanowiąc tym samym miarę ryzyka rynkowego akcji. Wyraz wolny  $\alpha_i$  to składnik stopy zwrotu z akcji niezależny od rynkowej stopy zwrotu. Działanie innych, poza indeksem rynkowym, czynników mających wpływ na stopę zwrotu akcji wyrażone jest poprzez składnik losowy  $\varepsilon_i$ . W modelu zakłada się, że reszty są średnio równe zero, czyli  $E(\varepsilon_i) = 0$ , oraz są ze sobą nieskorelowane, tzn.  $E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ .

W modelu Sharpe'a podstawową rolę odgrywa współczynnik  $\beta_i$  wskazujący, o ile procent w przybliżeniu zmieni się stopa zwrotu  $i$ -tej akcji, gdy stopa zwrotu indeksu rynku (portfela rynkowego) zmieni się o 1%. Może on przyjmować wartości zarówno ujemne, jak i dodatnie.

Współczynnik  $\beta$  może być także utożsamiany z miarą ryzyka systematycznego rozpatrywanej akcji. Odpowiada ona za tę część ryzyka danego papieru wartościowego, której nie można wyeliminować poprzez dywersyfikację portfela inwestycyjnego. Zależy ono od wariancji (czyli ryzyka) indeksu rynku (portfela rynkowego) oraz od współczynnika beta, określającego, w jakim stopniu stopa zwrotu akcji reaguje na zmiany stopy zwrotu indeksu rynku. Dlatego też im wyższa wartość bezwzględna współczynnika beta, tym wyższe ryzyko rynkowe. Ryzyko specyficzne natomiast może zostać poprzez dywersyfikację portfela niemal całkowicie wyeliminowane — jest to ta część ryzyka, która jest związana tylko z daną akcją i nie zależy od rynku. W związku z tym dla dobrze zdywersyfikowanego portfela ryzyko całkowite równa się w przybliżeniu wartości ryzyka rynkowego.

### 3.2. Modele ARCH i GARCH

Przy modelowaniu danych finansowych okazuje się, że jedno z założeń przyjmowanych przy estymacji modeli dynamicznych — o stałości wariancji — nie jest spełnione. Badania empiryczne stóp zwrotu aktywów giełdowych wykazywały występowanie wielorakich zjawisk: efektu skupiania danych (występowania okresów mniejszej zmienności po okresach dużej zmienności), grubych ogonów rozkładu (wyższego prawdopodobieństwa występowania bardzo dużych lub bardzo małych wartości niż w przypadku rozkładu normalnego), skośności rozkładu (niesymetrycznego rozkładu stóp zwrotu względem średniej), długoterminowej zależności danych (po znacznych wzrostach następują dalsze wzrosty) czy efektu dźwigni (zależności wariancji procesu od wcześniejszych stóp zwrotu) [Piontek, 2000].

W modelu Sharpe'a, gdzie wariancja stopy zwrotu odpowiada za poziom ryzyka związany z papierem wartościowym, szczególnie istotna wydaje się możliwość przewidzenia przyszłego poziomu ryzyka. Umożliwia to pojęcie heteroskedastyczności, zgodnie z którym wartość oczekiwana składnika losowego zależy od jego przeszłych wartości i jest zmienna w czasie:

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-s}) \neq \text{const} \quad (2)$$

gdzie:  $\varepsilon_t$  — składnik losowy w okresie  $t$

Sama obserwacja wykresów zwrotów z instrumentów finansowych pozwala zauważyć nie tylko fakt, że na zmianę występują okresy o niższej i o wyższej stopie zwrotu, ale również zjawisko grupowania się w czasie obserwacji zarówno wysokiej, jak i niskiej wariancji. Sugeruje to występowanie autokorelacji między poziomami ryzyka w różnych okresach.

Próby modelowania wariancji zwrotów z akcji giełdowych oraz innych instrumentów finansowych doprowadziły do skonstruowania przez Engle'a [1982] grupy modeli typu ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) pozwalających prognozować zmiany wariancji składnika losowego. Model ARCH( $q$ ) opisywany jest następującym zestawem równań:

- równanie regresji:

$$y_t = \mathbf{x}_t \beta + \varepsilon_t \quad (3)$$

gdzie:  $y_t$  — zmienna objaśniana w okresie  $t$ ,  $\mathbf{x}_t$  — wektor zmiennych objaśniających w okresie  $t$ ,  $\beta$  — wektor parametrów, pozostałe oznaczenia jak powyżej;

- równanie składnika losowego:

$$\varepsilon_t = u_t \cdot \sigma_t \quad (4)$$

gdzie:  $u_t$  — zmienna losowa o rozkładzie  $N(0, 1)$ ,  $\sigma_t$  warunkowe odchylenie standardowe błędu losowego, pozostałe oznaczenia jak powyżej;

- równanie warunkowej wariancji składnika losowego:

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \text{Var}(\varepsilon_t, |\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}) = \text{Var}(u_t) (\theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^2) = \\ &= \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^2\end{aligned}\quad (5)$$

gdzie:  $\varepsilon_t^2$  — warunkowa wariancja składnika losowego,  $\theta_i$  — parametry równania, przy czym model generuje dodatnie wariancje dla wszystkich  $E_{t-q}$  dla  $\theta_i \geq 0$  dla  $i = 0, \dots, q$ , pozostałe oznaczenia jak powyżej.

Występowanie warunkowej autoregresyjnej heteroskedastyczności wymagającej zastosowania modelu ARCH można zweryfikować za pomocą opracowanego przez Engle'a [1982] testu mnożników Lagrange'a. Hipoteza zerowa o warunkowej homoskedastyczności reszt w modelu odpowiada następującej hipotezie zerowej:

$$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_q = 0 \quad (6)$$

przy hipotezie alternatywnej  $H_1: \beta_1 \neq 0$  lub  $\beta_2 \neq 0 \dots$ , lub  $\beta_q \neq 0$ ,

gdzie:  $\beta_1, \dots, \beta_q$  są parametrami następującego modelu:

$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (7)$$

gdzie:  $e_t$  są resztami z regresji dla równania (5) oszacowanej Metodą Najmniejszych Kwadratów.

Statystyka testu ma postać  $TR^2$  i ma rozkład asymptotyczny  $\chi^2$  o  $S$  stopniach swobody; gdzie  $T$  oznacza liczbę obserwacji w próbie. Wartość współczynnika determinacji  $R^2$  wyznacza się z oszacowanej uprzednio regresji kwadratów reszt względem reszt opóźnionych. Jeśli obliczona wartość statystyki przekracza wartość krytyczną, hipotezę zerową o warunkowej homoskedastyczności reszt w modelu należy odrzucić. W przypadku, gdy reszty są warunkowo homoskedastyczne, model ARCH jest niewłaściwy, a wariancja nie może być prognozowana i zmienność  $\sigma_t^2$  jest czysto losowa.

W zastosowaniach empirycznych modeli ARCH(q) problematyczna może się okazać potrzeba estymacji dużej liczby parametrów związanych z wysokim stopniem  $q$  tych modeli. Problem ten rozwiązał Bollerslev [1986], który zaproponował modyfikację modelu ARCH w postaci bardziej ogólnej klasy modeli GARCH(p,q) (*Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). Modele GARCH(p,q) opisywane są równaniami regresji oraz składnika losowego odpowiadającymi równaniom (3) oraz (4). Równanie warunkowej wariancji składnika losowego przyjmuje jednak inną postać od równania (5) właściwego dla modeli grupy ARCH(q):

- równanie warunkowej wariancji składnika losowego:



$$\sigma_t^2 = \text{Var}(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}) = \alpha_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \sigma_{t-p}^2 + \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (8)$$

gdzie:  $\alpha_i$  — parametry równania takie, że  $\alpha_i \geq 0$  dla  $i = 1, \dots, p$ , pozostałe oznaczenia jak powyżej.

Modele klasy GARCH pozwalają na dobre odzwierciedlanie omawianych na wstępie właściwości finansowych szeregów czasowych, prognozy wariancji zaś sporządzane w oparciu o modele GARCH charakteryzują się lepszymi wartościami oszacowanych parametrów.

Szczególnie interesującą postacią modeli rodziny GARCH są modele TARARCH (*Threshold ARCH*), uwzględniające możliwość modelowania efektu asymetrii informacji, czyli odmiennego wpływu dodatnich i ujemnych zmian na warunkową wariancję [Piontek, 2000]<sup>10</sup>. W modelach tych równania regresji oraz składnika losowego odpowiadają równaniom (3) oraz (4). Równanie warunkowej wariancji składnika losowego wygląda zaś następująco:

- równanie warunkowej wariancji składnika losowego:

$$\sigma_t^2 = \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 (\varepsilon_{t-1}^+)^2 + \beta_2 (\varepsilon_{t-2}^+)^2 + \dots + \beta_q (\varepsilon_{t-q}^+)^2 \quad (9)$$

gdzie:  $\beta_i$  — parametry równania takie, że  $\theta_i + \beta_i \geq 0$  dla  $i = 1, \dots, q$ ,  $\varepsilon_{t-s}^+ = \varepsilon_{t-s}$  dla  $\varepsilon_{t-s} \geq 0$  oraz 0 w przeciwnym przypadku, pozostałe oznaczenia jak powyżej.

## 4. Dyskusja techniczna

### 4.1. Stacjonarność zmiennych

Niezbędnym elementem analizy szeregów czasowych jest określenie stacjonarności zmiennych. Na potrzeby badania przyjęto definicję stacjonarności w ujęciu słabym. Udowodnienie stacjonarności zmiennej lub ewentualnie jej pierwszych różnic (oraz stosowanie ich w dalszej analizie) pozwala uniknąć problemu regresji pozornej. Przeprowadzono następujące testy pierwiastka jednostkowego:

- test Dickey-Fullera (DF), przechodzący w rozszerzony test Dickey-Fullera (ADF) w przypadku, gdy następująca po teście DF analiza Breusch-Godfrey wykazywała występowanie autokorelacji reszt,
- test Kwiatkowskiego, Philipsa, Schmidta i Shina (KPSS),
- test Phillipsa-Perrona<sup>11</sup>.

### 4.2. Załamania strukturalne

Analizując wykresy szeregów czasowych cen akcji Lehman Brothers oraz wartości indeksu Standard & Poor's 500 wyróżnić można momenty, w których

<sup>10</sup> Szerzej na temat modeli TARARCH: [Rabemanjara, Zakoian, 1993].

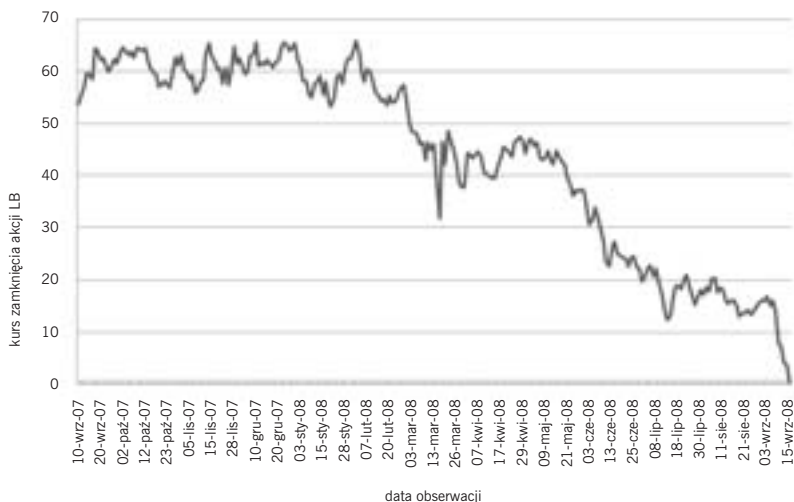
<sup>11</sup> Szerzej na temat testów DF i ADF, KPSS oraz Phillipsa-Perrona odpowiednio w: [Dickey, Fuller, 1979; Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin, 1992; Phillips, Perron, 1988].

dokonywały się istotne zmiany strukturalne. Wykres 1. przedstawia zmiany notowań akcji Lehman Brothers, a wykres 2. — wartości indeksu Standard & Poor's 500.

## Wykres 1.

Wykres szeregu czasowego kursu akcji Lehman Brothers

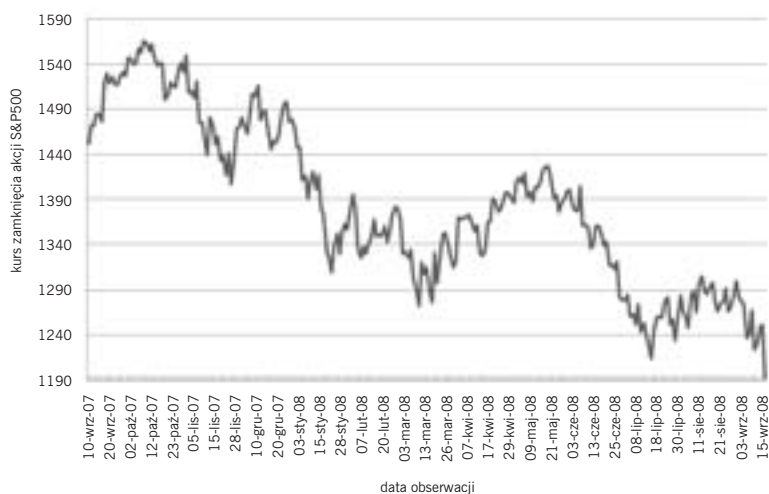
Źródło: opracowanie własne.



## Wykres 2.

Wykres szeregu czasowego kursu indeksu Standard & Poor's 500

Źródło: opracowanie własne.



Z wykresu 1. wynika, że do 27 lutego 2008 roku ceny akcji oscylowały wokół 60 USD, a następnie spadły i utrzymywały się w okolicach 40 USD. Właśnie

w połowie pierwszego kwartału 2008 roku wiele banków w USA poniosło straty liczone w miliardach USD z powodu obligacji o zabezpieczeniu w postaci pożyczek hipotecznych wysokiego ryzyka, które okazały się nie do pokrycia, oraz spadających cen domów. Zmiana strukturalna byłaby silniejsza, gdyby nie korekta kursu akcji z 17 marca, kiedy, wskutek dofinansowania banku, kurs akcji Lehman Brothers z dnia na dzień poprawił swoje notowania z 31,75 USD do 46,49 USD. Można założyć, że stabilizacja z okresu 17 marca — 20 maja wynikała wyłącznie z jednorazowego dofinansowania Lehman Brothers, ponieważ począwszy od 21 maja kurs akcji powrócił do trendu spadkowego. Ostatnia zmiana strukturalna, wywołana informacją o prawdopodobnej bierności rządu USA w kontekście problemów finansowych Lehman Brothers, miała miejsce 9 września 2008 roku i doprowadziła do upadku banku w ciągu 6 dni.

Wykres 2. wskazuje natomiast na pewną cykliczność w osiąganiu podwójnych lokalnych maksimów kursu indeksu Standard & Poor's 500 w okresach 1,5–2 miesięcznych. Pomiedzy 10 września a 12 listopada 2007 roku maksima przypadały na 9 października (1565,15) oraz 31 października (1549,38). W okresie od 13 listopada 2007 roku do 2 stycznia 2008 roku znowu wskazać można dwa lokalne maksima: 10 grudnia 2007 (1515,96) oraz 26 grudnia (1497,66). Do końca 2007 roku kurs indeksu oscylował w granicach 1400–1500 punktów. Załamanie strukturalne miało miejsce z początkiem nowego roku — od tej pory wartość indeksu nie przekroczyła 1450 punktów. Załamanie to może być związane z negatywnymi prognozami na rozpoczynający się rok. W kolejnym około dwumiesięcznym okresie od 3 stycznia do 17 marca znowu wyróżnić można dwa maksima lokalne: 1 lutego (1395,42) oraz 27 lutego (1380,02). W tym punkcie skończyła się cykliczność około dwumiesięcznych okresów z dwoma maksimami lokalnymi. Z kolejnym załamaniem strukturalnym miano do czynienia 25 czerwca 2008 roku, kiedy to kurs indeksu po raz ostatni wynosił powyżej 1320 punktów (1321,97). Ostatnie załamanie strukturalne miało miejsce 9 września 2008 roku, kiedy to nagły spadek kursu akcji Lehman Brothers wprowił w zdumienie cały rynek, co w krótkiej perspektywie doprowadziło do eksplozji ogólnoswiatowego kryzysu finansowego.

Załamania strukturalne w kursach akcji Lehman Brothers i indeksu Standard & Poor's 500 można sobie przyporządkować. Poza oczywistym wspólnym załamaniem 9 września 2008 roku, główne załamanie strukturalne cen akcji z 27 lutego 2008 roku było odpowiedzią na ogólnorynkowe załamanie strukturalne z przełomu lat 2007/2008. Właściwy dla akcji Lehman Brothers powrót do tendencji spadkowej z 21 maja wyprzedził natomiast załamanie strukturalne kursu indeksu z 25 czerwca. Jak widać, z wyjątkiem nadzwyczajnych wydarzeń z 9 września 2008 roku załamania strukturalne potrzebowały przynajmniej miesiąca, aby wzajemnie na siebie oddziaływać.

### 4.3. Prognozowanie

Głównym celem badania była analiza wrażliwości zmian stóp zwrotu akcji Lehman Brothers na zmiany stóp zwrotu indeksu Standard & Poor's 500, traktowanego na potrzeby analizy jako zbiorczy miernik ogólnorynkowej koniunktury. Wyprowadzona na koniec prognoza oparta na modelu ADL z efektami ARCH, GARCH i TARARCH będzie wykorzystana w rozdziale poświęconym wnioskom z dokonanej analizy.

W pierwszym rzędzie należy podzielić próbę na pierwsze 252 obserwacje (do 8 września 2008 roku) i pozostałe 5 obserwacji (od 9 do 15 września 2008 roku), a następnie skonstruować model ADL z ewentualnymi efektami ARCH, GARCH i TARARCH i wyznaczyć prognozy na takim częściowym modelu. W ten sposób można by prognozować zmiany stóp zwrotu z akcji Lehman Brothers z dni 9–15 września, nie uwzględniając w prognozie ich rzeczywistych wartości. Tymczasem w wyprowadzonej powyżej prognozie wartości te również są uwzględnione. Należy jednak dodać, że dla potrzeb niniejszego badania nie stanowi to problemu, jako że autorów interesowało jedynie położenie linii prognozy powyżej linii rzeczywistych realizacji. Gdyby z modelu stanowiącego podstawę prognozy odjąć obserwacje z okresu 9–15 września, linia prognozy uległaby translacji do góry, ponieważ wartości te są najniższe w całej próbie. Wzmocniłoby to jedynie uzyskane rezultaty.

## 5. Model ekonometryczny

### 5.1. Baza danych

Skonstruowana przez autorów na potrzeby badania baza danych składała się początkowo z 257 obserwacji dla dwóch zmiennych: ceny zamknięcia akcji banku Lehman Brothers oraz wartości indeksu Standard & Poor's 500<sup>12</sup>. Obserwacje stanowiły dane dzienne z okresu 10 września 2007 roku — 15 września 2008 roku (dzień ogłoszenia upadłości przez Lehman Brothers).

Ze względu na potrzebę uniknięcia zjawiska regresji pozornej model skonstruowano na zmiennych stacjonarnych: stopie zwrotu indeksu Standard & Poor's 500 ( $st\_sp$ ) oraz pierwszych różnicach stóp zwrotu akcji Lehman Brothers ( $dst\_p$ ).

Zgodnie z powszechnie przyjętą w finansach formułą stopę zwrotu dla aktywa  $x$  w czasie  $t$  liczy się za pomocą następującego wzoru:

$$st\_x_t = (x_t - x_{t-1}) / (x_{t-1}) \quad (10)$$

gdzie:  $st\_x_t$  — stopa zwrotu dla aktywa  $x$  w czasie  $t$ ,  $x_t$  — cena aktywa w czasie  $t$ .

<sup>12</sup> Źródła: [http://money.cnn.com/quote/historical/historical.html?symb=LEHMQ&close\\_date=10/9/2008](http://money.cnn.com/quote/historical/historical.html?symb=LEHMQ&close_date=10/9/2008), data dostępu: 11.11.2009, [http://www2.standardandpoors.com/portal/site/sp/en/us/page.topic/indices\\_500/2,3,2,2,9,5,2007,0,0,1,1,0,0,0,0,0.html](http://www2.standardandpoors.com/portal/site/sp/en/us/page.topic/indices_500/2,3,2,2,9,5,2007,0,0,1,1,0,0,0,0,0.html), data dostępu: 11.11.2009.

Na potrzeby modelu przyjęto zdefiniowane powyżej zwykłe stopy zwrotu zamiast ich odpowiednika logarytmicznego następującej postaci:

$$st\_x_t = \ln(x_t/x_{t-1}) \quad (11)$$

gdzie: oznaczenia jak powyżej.

W analizie danych finansowych logarytmiczne stopy zwrotu stosowane są częściej, choć zdarzają się empiryczne analizy, które opierają się na konstrukcji prostych stóp zwrotu (np. [Karpio, Żebrowska-Suchodolska, 2006]). W przeprowadzonym badaniu bardziej interesujące rezultaty udało się natomiast osiągnąć przyjąwszy formułę prostych stóp zwrotu.

## 5.2. Zastosowany model

Jednowskaźnikowy model Sharpe'a badający wrażliwość zwrotów akcji banku na ogólną sytuację rynkową wyrażoną poprzez zwroty z indeksu Standard & Poor's 500 został skonstruowany w oparciu o model autoregresyjny o rozłożonych opóźnieniach (ADL) postaci:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \mu + x_t \beta_0 + x_{t-1} \beta_1 + \dots + x_{t-s} \beta_s + \varepsilon_t \quad (12)$$

gdzie:  $\alpha_i, \beta_i$  — parametry modelu,  $\mu$  — stała,  $x_t$  — zmienna objaśniająca w czasie  $t$ , pozostałe oznaczenia jak powyżej.

W badaniu  $y_t$  odpowiada  $dst\_p_t$ , a  $x_t$  —  $st\_sp_t$ .

Ponieważ w modelu tym pojawił się problem warunkowej heteroskedastyczności, ADL został wzbogacony o modele ARCH(q), GARCH(p,q) oraz TARARCH.

## 5.3. Wyniki analizy

### 5.3.1. Jednowskaźnikowy model Sharpe'a

Celem konstrukcji jednowskaźnikowego modelu Sharpe'a była analiza wrażliwości zmian stóp zwrotu z akcji Lehman Brothers względem zmian stóp zwrotu z indeksu Standard & Poor's 500. W analizowanym okresie gospodarka USA znajdowała się w stanie dekonjunktury, co widać w ujemnym trendzie kursu indeksu Standard & Poor's 500. Niejasne jest zaś, z jaką mocą na giełdową bessę reagowały stopy zwrotu z akcji Lehman Brothers.

W pierwszym rzędzie przeprowadzono analizę za pomocą modelu o rozłożonych opóźnieniach (DL), w którym zmienna  $dst\_p$  zależała jedynie od zmiennej  $st\_sp$ . W doborze liczby opóźnień zmiennej  $st\_sp$  zastosowano metodę od ogółu do szczegółu, której rezultaty potwierdzono za pomocą kryteriów informacyjnych. Model DL okazał się jednakże niesatysfakcjonującym instrumentem do oceny badanego zjawiska, jako że test Breuscha-Godfrey'a na autokorelację reszt wykazał występowanie autokorelacji reszt na każdym z analizowanych poziomów istotności ( $p$ -value = 0). Autokorelacja reszt skut-

kowałaby nieefektywnością estymatorów Metody Najmniejszych Kwadratów (MNK), ich błędy standardowe nie byłyby najmniejsze z możliwych.

W celu wyeliminowania problemu autokorelacji reszt wprowadzono do modelu opóźnione wartości zmiennej  $dst\_p$ , konstruuując tym samym model ADL. Dobór opóźnień zmiennych  $dst\_p$  oraz  $st\_sp$  oparto na metodzie od ogółu do szczegółu, wyniki weryfikując dodatkowo za pomocą kryteriów informacyjnych. Zastosowany test Jarque-Berra na normalność rozkładu dawał jednak podstawy do odrzucenia  $H_0$  o rozkładzie normalnym składnika losowego ( $p\text{-value} = 0$ ). Badanie przeprowadzane było na próbie składającej się z 257 obserwacji, a zatem nie było oczywiste, czy rozkłady statystyk były wystarczająco bliskie standardowym rozkładom wskutek odrzucenia hipotezy o rozkładzie normalnym składnika losowego. W małej próbie estymatory MNK mogą się bowiem okazać nieefektywne.

Histogram, wykres kwantylowy oraz prawdopodobieństwa reszt z modelu ADL dowodziły, że rozkład reszt znacznie odbiegał od rozkładu normalnego. Uwagę zwracały szczególnie duża liczba obserwacji skoncentrowanych wokół zera oraz ogony grubsze niż w rozkładzie normalnym. Zjawisko występowania zbyt dużej koncentracji wokół zera oraz zbyt grubych ogonów nazywamy leptokurtozą. Problem taki pojawia się najczęściej w analizie danych finansowych, z którymi mamy do czynienia również w niniejszym badaniu. Najczęściej spotykanym wytłumaczeniem leptokurtozy jest grupowanie się w czasie obserwacji o wysokiej wariancji. Wiąże się to z występowaniem na rynkach finansowych okresów niepokoju i wysokiej zmienności cen. Co więcej, wnioskowo należy, że wariancja czynnika losowego zmienia się w czasie, a zmiany te mogą być częściowo przewidywalne. Leptokurtoza świadczy o pojawieniu się zjawiska warunkowej heteroskedastyczności reszt.

Formę warunkowej autoregresyjnej heteroskedastyczności reszt modelowano za pomocą uwzględnienia efektów ARCH, GARCH i TAR (efektów ARCHM — ARCH w średnich nie dało się dowieść)<sup>13</sup>. Ostateczna postać modelu przedstawiona jest w tabeli 1. Wartość statystyki Walda przedstawione w tabeli 2. dowodzi, że zmienne objaśniające użyte w modelu są łącznie istotne na poziomie istotności 1%.

## Tabela 1.

Ostateczny model ADL z efektami ARCH, GARCH i TAR.

zmienna objaśniana: $dst\_p_t$	
zmienna	oszacowanie parametru (błąd standardowy)
$dst\_p_{t-1}$	-0,736 (0,044)***
$dst\_p_{t-2}$	-0,530 (0,066)***
$dst\_p_{t-3}$	-0,358 (0,064)***

<sup>13</sup> Szczegółowe wyniki badania mogą zostać udostępnione na życzenie Czytelnika.



zmienna objaśniana: $dst_p_t$	
zmienna	oszacowanie parametru (błąd standardowy)
$dst_p_{t-4}$	-0,190 (0,042)***
$st\_sp_t$	2,491 (0,159)***
$st\_sp_{t-2}$	-0,741 (0,230)***
$ARCH_{t-1}$	0,381 (0,098)***
$ARCH_{t-2}$	0,747 (0,198)***
$ARCH_{t-11}$	0,083 (0,046)*
$TARCH_{t-2}$	-0,713 (0,201)***
$GARCH_{t-2}$	0,225 (0,100)***
stała	0,000 (0,000)***

\*, \*\*, \*\*\* oznaczają zmienne istotne na poziomach istotności 10%, 5% i 1%  
 Źródło: opracowanie własne.

## Tabela 2.

Statystyka Walda testująca łączną istotność zmiennych objaśniających w modelu.

statystyka Walda $\chi^2(6) = 669,710$
$p\text{-value} = 0,000$

Źródło: opracowanie własne.

Występowanie efektów ARCH, GARCH i TARARCH w badaniu zgadza się z powszechnie zauważaną tendencją do pojawiania się zagadnienia warunkowej heteroskedastyczności w danych finansowych. W jednowskaźnikowym modelu Sharpe'a dla zwrotów z akcji Lehman Brothers okazało się, że efekt ARCH powinien zostać wzmocniony efektem GARCH oraz odpowiadającym za zjawisko dźwigni efektem TARARCH, uwzględniającym możliwość asymetrycznej reakcji wariancji na dodatnie i ujemne odchylenia losowe [Piontek, 2000]. W ten sposób udało się wymodelować skośność rozkładu. Warto zauważyć, że parametr efektu TARARCH jest ujemny, a zatem reakcja warunkowej wariancji jest większa w przypadku odchyżeń ujemnych niż dodatnich. Dodać wypada, że zgodnie z teorią parametry efektów ARCH i GARCH miały dodatnie znaki. Ujemny znak efektu TARARCH dla drugiego opóźnienia również nie przeczy teorii, jako że  $ARCH_{t-2} = 0,747$ , podczas gdy  $TARARCH_{t-2} = -0,713$ , a zatem suma obu oszacowań jest dodatnia.

Badaniu można postawić zarzut, że 11. opóźnienie efektu ARCH okazało się istotne w czysto losowy sposób — 5% opóźnień może losowo znaleźć się poza przedziałem ufności, mimo że nie są one statystycznie istotne. W przypadku 11. opóźnienia jest jednak inaczej — opóźnienie to jest statystycznie istotne na poziomie istotności 10%, czego dowodzi statystyka Walda. Test ilorazu wiarygodności również dowodzi istotności tego opóźnienia na poziomie

istotności 10% (statystyka testowa = 3,26, przy wartości krytycznej = 2,706). Sensowność wprowadzenia aż 11. opóźnienia efektu ARCH nie dziwi z finansowego punktu widzenia. Zarówno akcje Lehman Brothers, jak i indeks Standard & Poor's 500, nie są notowane w weekendy, dlatego 10. opóźnienie oznacza notowanie sprzed dwóch tygodni. Ponieważ notowań akcji i indeksu nie prowadzi się jednakże również w święta, lepszym miernikiem okresu dwutygodniowego okazało się 11. opóźnienie. W modelowaniu warunkowej autoregresyjnej heteroskedastyczności istotne jest uwzględnienie dwutygodniowego horyzontu czasowego jako ważnej części składowej miernika oceny ryzyka wyrażonego wariancją. Okres dwutygodniowy jest często stosowany dla określenia średniego horyzontu czasowego<sup>14</sup>.

Na podstawie tak wyspecyfikowanego modelu obliczono mnożniki bezpośredni (= 2,490 > 1) i długookresowy (= 0,622 < 1, ale > 0). Oba mnożniki przyjmują wartości dodatnie, co oznacza, że kierunek zmian wartości cen akcji Lehman Brothers był zgodny z kierunkiem zmian wartości indeksu Standard & Poor's 500. Mnożnik bezpośredni świadczy o agresywnym charakterze akcji Lehman Brothers w krótkim okresie: natychmiastowa reakcja  $dst_p$  w czasie  $t$  na jednostkową zmianę  $st_sp$  w czasie  $t$  *ceteris paribus* wynosiła 2,490. Wartość mnożnika długookresowego była już jednak znacznie niższa, akcje Lehman Brothers cechował defensywny charakter. Przy zmianie  $st_sp$  w długim okresie  $dst_p$  *ceteris paribus* podlegała zmianom w tym samym kierunku, ale o mniejszej niż jednostkowa wartości (o 0,622).

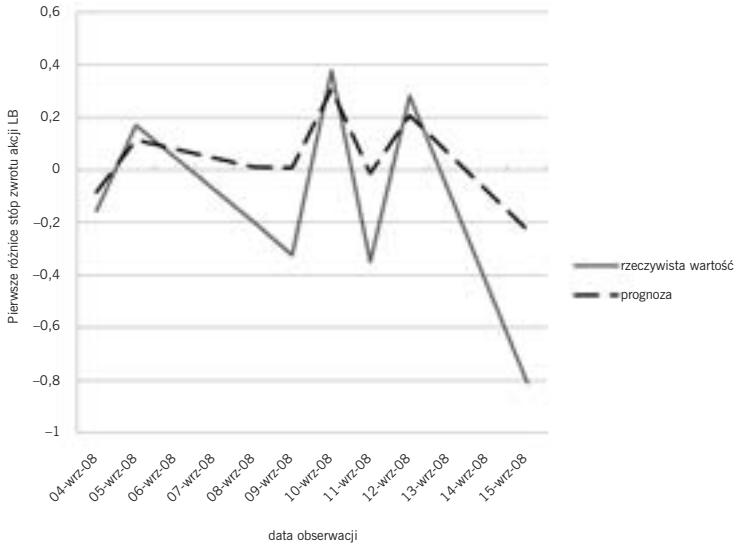
### 5.3.2. Prognoza

9 września 2008 roku nowojorską giełdą New York Stock Exchange (NYSE) wstrząsnęła wiadomość, że rząd USA prawdopodobnie nie udzieli pomocy finansowej Lehman Brothers, członkowi NYSE od 1887 roku. Administracja George'a Busha zaangażowała się wcześniej w pomoc dwóm innym gigantom finansowym, Fannie Mae oraz Freddie Mac, faktycznie je nacjonalizując. David Trone, analityk Fox-Pitt Kelton, przewidywał, że — angażując się w dotychczasowe akcje pomocowe — skarb państwa nałożył na podatników tak wielki ciężar, iż nie będzie już w stanie zareagować w przypadku Lehman Brothers<sup>15</sup>. W reakcji na podobne głosy ekspertów kosztujące 9 września 14,15 USD akcje Lehman Brothers straciły w ciągu 6 dni 98,52% swojej wartości, a 15 września bank upadł.

Na podstawie wyprowadzonego uprzednio modelu ADL z efektami ARCH, GARCH i TARARCH uzyskano prognozę jednookresową dla zmiennej  $dst_p$  przedstawioną na wykresie 3.

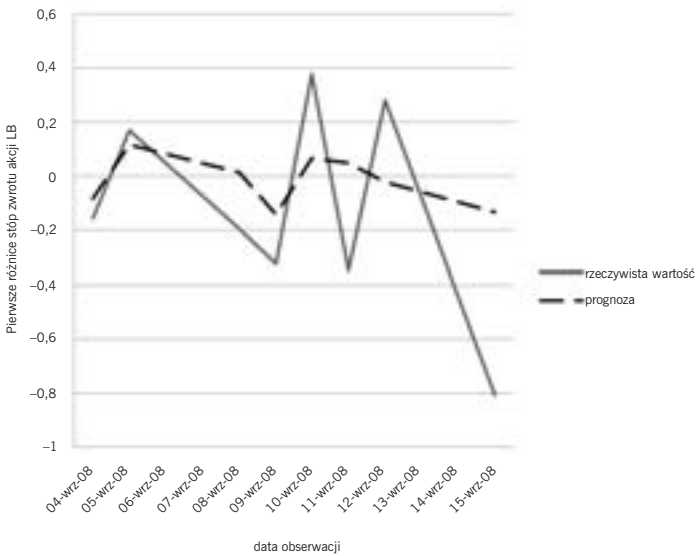
<sup>14</sup> Inwestorzy często tworzą systemy transakcyjne opierając się na metodzie kanału cenowego o dwutygodniowym horyzoncie czasowym.

<sup>15</sup> [http://www.nytimes.com/2008/09/10/business/10place.html?\\_r=2&hp&oref=slogin](http://www.nytimes.com/2008/09/10/business/10place.html?_r=2&hp&oref=slogin), data dostępu: 11.11.2009.



### Wykres 3.

Prognoza na jednokresowa dla pierwszych różnic stóp zwrotu akcji Lehman Brothers  
Źródło: opracowanie własne.



### Wykres 4.

Prognoza dynamiczna dla pierwszych różnic stóp zwrotu akcji Lehman Brothers  
Źródło: opracowanie własne.

Wykres 3. wskazuje, że linia wartości dopasowanych znajduje się powyżej rzeczywiste obserwowanych wartości zmiennej  $dst_p$ . Wykres 4. przedsta-

wiający prognozę dynamiczną rozpoczętą 8 września, dzień przed pojawieniem się informacji o prawdopodobnej bierności rządu USA, dowodzi, że począwszy od 9 września kurs akcji fluktuował nadspodziewanie silnie, czego nie dałoby się przewidzieć na podstawie prognozy.

## 6. Wnioski

Nie ulega wątpliwości, że w okresie od 10 września 2007 roku do 15 września 2008 roku gospodarka USA znajdowała się w recesji. Już w 2006 roku notowano spadek cen nieruchomości, w połowie roku 2007 obligacje zabezpieczone pożyczkami hipotecznymi wysokiego ryzyka okazały się papierami wartościowymi bez pokrycia. W lipcu 2007 roku zbankrutowały dwa fundusze inwestycyjne banku Bear Stearns, a sam bank znalazł się na skraju bankructwa. Na przełomie lat 2007/2008 amerykańskie banki ponosiły straty liczone w miliardach dolarów. W końcu w ciągu roku — od września 2007 do września 2008 indeks Standard & Poor's 500 stracił 17,84% swojej wartości. Czy w takich okolicznościach upadek banku Lehman Brothers był nieunikniony? Czy można było spodziewać się, że bank upadnie tak szybko, akurat w połowie września 2008 roku, powodując wstrząs, od którego zachwieją się gospodarki całego świata?

Skonstruowany w ramach analizy ekonometrycznej jednowskaźnikowy model Sharpe'a daje podstawy do wnioskowania, że aż do 9 września 2008 roku los Lehman Brothers nie był przesądzony. Wyprowadzone z modelu ADL z efektami ARCH, GARCH i TARARCH mnożniki są dodatnie, nie sposób bronić tezy, że stopy zwrotu akcji banku zmieniały się w przeciwnym kierunku niż stopy zwrotu indeksu Standard & Poor's 500, obrazującego dekoniunkturę na rynku finansowym USA. Co więcej, mnożnik bezpośredni przekracza wartość 1, co świadczy o agresywnym charakterze akcji banku.

Okazuje się jednak, że nadzwyczajna bezpośrednia wrażliwość stóp zwrotu z akcji banku była dość szybko korygowana — mnożnik długookresowy wyniósł zaledwie 0,622. Biorąc pod uwagę, że model zakłada istotność 4 opóźnień zmiennej pierwszych różnic stóp zwrotu z akcji oraz 0. i 2. opóźnienia stóp zwrotu z indeksu, długookresowe dostosowanie mnożnika realizowało się w ciągu 4 dni, a więc krócej niż w ciągu tygodnia notowań akcji i indeksu. W długim okresie akcje Lehman Brothers miały charakter defensywny względem ogólnej sytuacji rynkowej, co dawało bankowi nadzieję, przy odpowiednich akcjach pomocowych ze strony rządu USA oraz dokapitalizowaniu, na przetrwanie zastoju gospodarczego, przynajmniej w analizowanym okresie, do 15 września 2008 roku.

Po raz kolejny okazało się jednak, jak istotną rolę na giełdzie odgrywa aspekt psychologiczny. Niepotwierdzone oficjalnie przez odpowiednie władze przypuszczenia, jakoby rząd USA nie był w stanie pomóc Lehman Brothers, wstrząsnęły NYSE 9 września 2008 roku. Tego dnia zarówno w szeregu czasowym cen akcji Lehman Brothers, jak i w szeregu czasowym wartości indeksu Standard & Poor's 500, zanotowano silne załamanie strukturalne pogłębia-

jące mocny trend spadkowy. Wyprowadzone dla pierwszych różnic stóp zwrotu akcji Lehman Brothers wykresy pokazują, że linia prognozy znajduje się powyżej linii rzeczywistych realizacji dla okresu 9–15 września 2008 roku. Co więcej, w okresie tym zaobserwowano nadspodziewanie silne wahania kursu akcji. Kiedy zmiana strukturalna już się dokonała, pociągając za sobą dywergencję linii prognozy i realizacji, Lehman Brothers 158-letni, jeden z największych banków inwestycyjnych świata, który potrafił wyjść obronną ręką nawet z Wielkiego Kryzysu lat 30., tym razem musiał upaść w ciągu kilku dni.

## Bibliografia

- Bilbao A., Arenas M., Jimenez M., Perez Gladish B., Rodriguez M.V., 2006, *An extension of Sharpe's single-index model: portfolio selection with export betas*, „Journal of Operational Research Society” nr 57, s. 1442–1451.
- Bollerslev T., 1986, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, „Journal of Econometrics” nr 31, s. 307–327.
- Dickey D., Fuller W., 1979, *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, „Journal of the American Statistical Association” nr 74, s. 427–431.
- Engle R., 1982, *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*, „Econometrica” nr 50, s. 987–1007.
- Karpio A., Żebrowska-Suchodolska D., 2006, *Ryzyko systematyczne spółek z indeksu WIG20 a koniunktura giełdowa*, [dostęp 11.11.2009], dostępny w Internecie: [http://ekrol.sggw.waw.pl/publikacje/pdf/zneiogz60\\_2006/Art\\_14\\_Karpio\\_Zebrowska.pdf](http://ekrol.sggw.waw.pl/publikacje/pdf/zneiogz60_2006/Art_14_Karpio_Zebrowska.pdf).
- Kwiatkowski D., Phillips P., Schmidt P., Shin Y., 1992, *Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root*, „Journal of Econometrics” nr 54, s. 159–178.
- Markowitz H., 1959, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, New York.
- Markowitz H., Todd G., Sharpe W., 2000, *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*, New Hope.
- Markowski L., 2001, *Empirical verification of the Sharpe's single-index model — the example of the Warsaw Stock Exchange*, „Economic Sciences” nr 4.
- Phillips P., Perron P., 1988, *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*, „Biometrika” nr 75, s. 335–346.
- Piontek K., 2000, *Modelowanie finansowych szeregów czasowych z warunkową wariancją*, [dostęp 11.11.2009], dostępny w Internecie: <http://www.kpiontek.ae.wroc.pl/warunk.pdf>.
- Rabemanjara R., Zakoian J., 1993, *Threshold ARCH model and asymmetries in volatility*, „Journal of Applied Econometrics” nr 8, s. 31–49.
- Sharpe W., 1963, *A Simplified Model for Portfolio Analysis*, „Management Science” vol. 9, nr 2, January 1963, s. 277–293.
- Sharpe W., 1964, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*, „The Journal of Finance” vol. 19 nr 3, s. 425–442.